Introducción y Reglas de la Integración

Antes de comenzar a hablar de reglas de integración es conveniente que se entienda la analogía entre el *cálculo de una integral* y el *cálculo de un área* donde se da pie al teorema fundamental del cálculo. Intuitivamente la idea de la integral es la operación contraria a la derivada, o bien, la antiderivada (en algunos casos se consideran como las derivadas al revés). Cabe la posibilidad de que los integrandos no estén “completos” por lo que se debe de ajustar (considerando que se pueden ajustar solamente constantes, no variables) el integrando para obtener fácilmente la integral.

Sin embargo las integrales que no son tan fáciles de obtener, a través de un simple ajuste, tienen que buscarse métodos de resolución como la integración por parte, cambios de variables, trigonométricas, entre otros métodos matemáticos que se pueden elegir.

A continuación analizaremos el concepto de *antiderivada* o *primitiva* que es fundamental en el cálculo integral. Recuerda que cuando se vio el tema de derivadas se pedía que dada una función f, se encontrara su derivada f'; ahora al considerar la antiderivada (que es el proceso inverso), se pide que dada una derivada f', encuentres la función f de la cual proviene.

Ejemplo: Sea $f(x) = 4x^4$, en particular en este caso es fácil encontrar una función F tal que $F'(x) = f(x)$. Se sabe que cuando se deriva una potencia el grado de la variable disminuye en uno y por lo tanto para obtener F es necesario aumentar en uno el exponente dado, así se tiene $F(x) = ax^5$ para algún número a, ahora derivando F se tiene que $F'(x) = 5ax^4$, y para que sea igual a $f(x)$ el valor de a debe de ser $\frac{4}{5}$, entonces la función $F(x) = \frac{4}{5}x^5$ tiene la propiedad de que $F'(x) = f(x)$.

Definición: Una función F es una antiderivada de otra función f si $F' = f$.

Introducción y Reglas de la Integración

También se llaman *funciones primitivas* a las antiderivadas. Sin embargo existen antiderivadas más generales y esto es cuando se le suma una constante a la expresión, así $F(x) + C$ es una antiderivada más general, considerando el hecho de que la derivada de una constante es cero.

A manera de repaso veamos algunas antiderivadas más generales de algunas funciones:

Función $f(x)$	Antiderivada más general de $f(x)$
$6x^5$	$6\left(\frac{x^6}{6}\right) + C = x^6 + C$
$\frac{2}{x^3} = 2x^3$	$2\left(\frac{x^4}{4}\right) + C = \frac{1}{2}x^4 + C$
$\sqrt{x^7} = x^{7/2}$	$1\left(\frac{x^{9/2}}{9/2}\right) + C = \frac{2}{9}x^{9/2} + C = \frac{2}{9}\sqrt{x^9} + C$
$5x^2 + 4x^3 + 9$	$5\left(\frac{x^3}{3}\right) + 4\left(\frac{x^4}{4}\right) + 9x + C = \frac{5}{3}x^3 + x^4 + 9x + C$

La antiderivada para una potencia:

Dado que si r es un número racional tal que $r \neq 1$. La derivada más general de x^r es $\frac{x^r}{r+1} + C$ donde C se es una constante arbitraria.

Referencia:
Rivera Rosales, Elsa Edith, 04 de septiembre de 2014, Introducción y reglas de la integración, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.