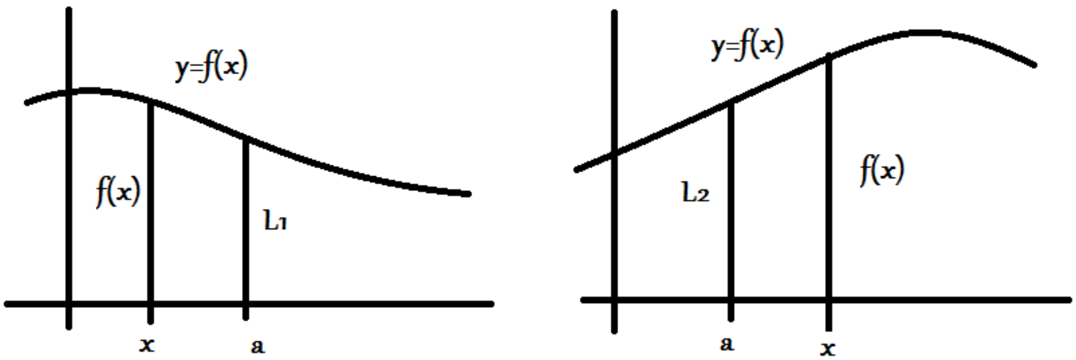
Límites por la Derecha e Izquierda

Los límites unilaterales son de importancia para comprender el concepto de límite cuando la variable tiende a valores por la izquierda y derecha. Cabe recalcar que en la notación de límite se entiende que el valor se aproxima por la izquierda cuando la variable tiene un menos como superíndice, y se entenderá que la variable tiende a valores por la derecha cuando la variable tenga como superíndice un más.

Definición de límite por la izquierda: Sea $f(x)$ una función definida en un intervalo abierto (c, a). Entonces $\lim_{x \to a^-} f(x) = L_1$ significa que $f(x)$ puede acercarse arbitrariamente a L_1 escogiendo a x suficientemente cercano de a, con $x < a$.

Definición de límite por la derecha: Sea $f(x)$ una función definida en el intervalo abierto (a, c). Entonces $\lim_{x \to a^+} f(x) = L_2$ significa que $f(x)$ puede acercarse arbitrariamente a L_2 escogiendo a x suficientemente cercano de a, con $x > a$. (Swokowski, E. 1989)

Veamos a continuación una representación gráfica de los límites unilaterales:



Limite por la izquierda

Limite por la derecha

Límites por la Derecha e Izquierda

Ejemplo:

Considera la siguiente función $f(x) = \begin{Bmatrix} 3+x & x<2 \\ 5 & x=2 \\ x^2+1 & x>2 \end{Bmatrix}$

Encuentra $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ y $\lim_{x\to 2} f(x)$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (3+x) = 5$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} x^2+1 = 5$$

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} f(x) = 5$$

El resultado anterior se desprende de: si los límites unilaterales existen y son iguales, supongamos L, entonces el límite de la función cuando x tienda a a es igual a L. Esto es $\lim_{x\to a} f(x) = L$

Referencia:
Rivera Rosales, Elsa Edith, 24 de marzo de 2014, Límites por la derecha e izquierda, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.