PL y PNL[1]

En PL se define el "precio sombra en un restricción específica" como la razón de cambio del valor óptimo (VO) cuando el LD de esa restricción aumenta, manteniendo iguales todos los demás datos.

En el contexto de PNL, esta razón de cambio se conoce como el "multiplicador de Lagrange".

Hay una propiedad importante del precio sombra asociado a una PL que los multiplicadores de Lagrange no comparten generalmente en el contexto de PNL. En la PL, el precio sombra es una constante para una gama de valores del LD del interés. Se puede mostrar fácilmente que, en el contexto de PNL, esta propiedad no es válida en forma general.

Soluciones locales vs soluciones globales

Otra diferencia importante entre la PL y la PNL se refiere a la confrontación entre las soluciones globales y locales. En una PL, siempre es válido que no puede existir una solución local que no sea también global. Esto no suele ser válido con los problemas de programación no lineal en general, es decir, esos problemas pueden tener soluciones tanto locales, como globales.

PNL con restricciones de igualdad[1]

Muchos problemas no lineales en administración y economía tienen la forma

$$\boldsymbol{Maximizar\ o\ minimizar\ f(x_1,\dots,x_n)}$$
$$\boldsymbol{s.a.\ g_i(x_1,\dots,x_n)=b_i, i=1,\dots,m\ \ (m<n).}$$

Es decir, la meta consiste en maximizar o minimizar una función objetivo de n variables, sujeta a un conjunto de m (m<n) restricciones de igualdad.

[1] Véase en Kamlesh & Solow.

Ejemplo 1[2]

Un fabricante tiene la posibilidad de elaborar un producto en cualquiera de las dos máquinas. Suponga que x_1 es la cantidad fabricada en la máquina 1 y x_2 la cantidad fabricada en la máquina 2. Sea

$$a_1x_1 + b_1{x_1}^2 = costo\ de\ la\ producción\ en\ la\ máquina\ 1$$
$$a_2x_2 + b_2{x_2}^2 = costo\ de\ la\ producción\ en\ la\ máquina\ 2$$

Encuentre los valores de x_1 y x_2 con los cuales se minimiza el costo total, respetando el requisito de que la producción total alcance cierto valor específico, por ejemplo R. La formulación de este problema es

$$min\ a_1x_1 + b_1{x_1}^2 + a_2x_2 + b_2{x_2}^2$$
$$s.a.\ x_1+x_2 = R.$$

Ejemplo 2[3]

Supongamos que p_1, p_2 y p_3 son los precios de tres bienes y sea B el presupuesto disponible (es decir, B es una constante específica). Sean s_1, s_2 y s_3 constantes previamente determinadas y representamos con ${x_1}^{s_1} + {x_2}^{s_2} + {x_3}^{s_3}$ la utilidad derivada de consumir x_1 unidades del bien 1, x_2 unidades del bien 2 y x_3 unidades del bien 3.

Encuentre la mezcla de consumo que maximice la utilidad, respetando la restricción presupuestaria. La formulación de este problema es

$$Max\ {x_1}^{s_1} + {x_2}^{s_2} + {x_3}^{s_3}$$
$$s.a.\ p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 = B.$$

[2] Véase en Eppen, G.D, etal.
[3] Véase en Eppen, G.D, etal.