Prueba de una Afirmación a una Media: Muestras Pequeñas

Anteriormente se presentaron métodos para probar una aseveración sobre una media poblacional cuando se conoce el valor de la desviación estándar poblacional σ. En esta parte se presentan métodos para probar una aseveración respecto de una media poblacional cuando se desconoce el valor de σ. Los métodos de esta sección son muy prácticos y realistas, porque generalmente se desconoce σ. En esta parte se utilizará la distribución t de Student.

Requisitos

1. La muestra es aleatoria simple.

2. Se desconoce el valor de la desviación estándar poblacional σ.

3. Se satisfacen una o ambas de las siguientes condiciones: la población se distribuye de manera normal o n > 30.

Estadístico de prueba para probar una aseveración acerca de una media (σ desconocida)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Valores P y valores críticos: utilice la tabla de la distribución t (ver tabla distribución t) y utilice gl = n-1 para el número de grados de libertad. (Véase la ilustración 1 para los procedimientos del cálculo del valor P).

Requisito de normalidad. El requisito de una población distribuida normalmente no es estricto, y generalmente podemos tratar a la población como si tuviera una distribución normal después de utilizar los datos muestrales para confirmar que no existen valores extremos y que el histograma tenga una forma que no se aleje mucho de la normalidad. Se dice que esta prueba t es robusta con respecto a su alejamiento de la normalidad, lo que significa que la prueba funciona bastante bien si no se aleja demasiado de la forma normal.

Prueba de una Afirmación a una Media: Muestras Pequeñas

Tamaño muestral. Usamos el criterio simplificado de n >30 como justificación para tratar la distribución de medias muestrales como una distribución normal, pero el tamaño muestral mínimo realmente depende de qué tanto la distribución poblacional se aleja de una distribución normal. Como no conocemos el valor de σ, lo estimamos con el valor de la desviación estándar muestral s, aunque esto introduce otra fuente de falta de confiabilidad, especialmente en el caso de muestras pequeñas. Para compensar esta falta de confiabilidad adicional, calculamos los valores P y los valores críticos utilizando la distribución t en vez de la distribución normal, donde se conocía σ. Las siguientes son las propiedades importantes de la distribución t de Student:

Propiedades importantes de la distribución t de Student

1. La distribución t de Student difiere para tamaños de muestra distintos.

2. La distribución t de Student tiene la misma forma general de campana que la distribución normal estándar; su forma más ancha refleja una mayor variabilidad, lo que se espera cuando se utiliza s para estimar σ.

3. La distribución t de Student tiene una media de t = 0 (del mismo modo que la distribución normal estándar tiene una media de z =0).

4. La desviación estándar de la distribución t de Student varía de acuerdo con el tamaño muestral y es mayor que 1 (a diferencia de la distribución normal estándar, que tiene σ = 1).

5. Conforme aumenta el tamaño muestral n, la distribución t de Student se acerca más a la distribución normal estándar.

Prueba de una Afirmación a una Media: Muestras Pequeñas

Elección de la distribución apropiada

Cuando se prueban aseveraciones acerca de medias poblacionales, en ocasiones se aplica la distribución normal, en otras la distribución t de Student y en algunas no se aplica ninguna de las dos, por lo que se debe aplicar técnicas no paramétricas o técnicas bootstrap de muestreo. En la distribución normal y t se observa que cuando se prueban aseveraciones acerca de medias poblacionales, la distribución t de Student se aplica en estas condiciones:

Utilice la distribución t de Student cuando se desconozca σ y cuando cualquiera o ambas de las siguientes condiciones se satisfagan: La población se distribuye normalmente o $n > 30$.

Referencia:

Triola, M., (2013). Estadística. Decimoprimera edición. Pearson Educación. México.