

Fundamentos

Antes de estudiar funciones de distribución de probabilidades o densidades de probabilidad, es necesario definir el concepto de variables aleatorias, ya que los resultados de un experimento (espacio muestral) pueden darse en muy diversas formas, así por ejemplo:

1. Al lanzar monedas podemos estar interesados en el número de águilas que caen.
2. Un canal de televisión podría estar interesado en conocer qué proporción de televidentes ven un cierto programa.
3. En el experimento de extraer una bola de un urna que contiene bolas; blancas, rojas y verdes.
4. El posible campeón de liga del basketbol del próximo año. Debido a los variados resultados y ante la necesidad de cuantificarlos, entonces es necesario a cada resultado de un experimento asociarle un único número.

Es conveniente asociar los resultados de un experimento con números reales ya que así son más fáciles de analizar. Desafortunadamente, no todos los experimentos dan como resultado números reales; por ejemplo, suponga que un fabricante de computadoras le pide a una persona del departamento de control de calidad que revise cuatro computadoras elegidas al azar del último lote producido y que las clasifique como defectuosas (D) o no defectuosas (N). Todos los posibles resultados generan el siguiente espacio muestral de datos cualitativos:

NNNN NNND NNDN NDNN

DNNN DNND DNDN DDNN

NNDD NDND NDDN NDDD

DNDD DDND DDDN DDDD

Estos resultados no son números reales; sin embargo, se le puede relacionar a cada uno con el número de computadoras defectuosas y asociar así un único número real a cada resultado.

Fundamentos

Por ejemplo, al resultado NDDN se le puede asociar el número 2, al igual que a DNND, DNDN, NNDD y a NDND. A DDDD se le puede asociar el número 4 y a NNNN el número 0. Al hecho de asociar los resultados de un experimento con números reales únicos se llama variable aleatoria. Para el ejemplo, la variable aleatoria es el número de computadoras defectuosas en el grupo de cuatro y puede tomar los valores: 0, 1, 2, 3 y 4.

Experimento	Variable aleatoria	Tipo
Lanzar cinco monedas	Número de soles obtenidos	Discreta
Observar a los clientes de un banco durante una hora	Número de clientes	Discreta
Pesar a una persona	Peso en kilogramos	Continua
Golpear una pelota de golf	Distancia recorrida	Continua

Una **distribución de probabilidad binomial** resulta de un procedimiento que cumple con todos los siguientes requisitos:

1. El procedimiento tiene un número fijo de ensayos.
2. Los ensayos deben de ser independientes (el resultado de cualquier ensayo individual no afecta las probabilidades de los demás ensayos).
3. Todos los resultados de cada ensayo deben clasificarse en dos categorías (generalmente llamadas éxito y fracaso).
4. La probabilidad de un éxito permanece igual en todos los ensayos.

Si un procedimiento satisface los cuatro requisitos mencionados, la distribución de la variable aleatoria x (número de éxitos) se denomina distribución de probabilidad binomial (o distribución binomial), en la que suele usarse la siguiente notación:

Fundamentos

Notación para distribuciones de probabilidad binomial	
E y F (éxito y fracaso) denotan las dos categorías posibles de todos los resultados.	
$P(E) = p$	(p = probabilidad de un éxito).
$P(F)$ $= 1 - p = q$	(q = probabilidad de un fracaso).
n	Denota el número fijo de ensayos.
x	Denota un número específico de éxitos en n ensayos, de manera que x puede ser cualquier número entero entre 0 y n , inclusive.
p	Denota la probabilidad de éxito en uno de n ensayos.
q	Denota la probabilidad de fracaso en uno de n ensayos.
$P(x)$	Denota la probabilidad de lograr exactamente x éxitos en los n ensayos.

El término éxito no necesariamente tiene una connotación positiva, ya que un éxito puede ser considerado en algún experimento como el número de peces muertos en determinado mes en el lago de la Ciudad Deportiva.

Ejemplo:

Considera un experimento en el que se generan 5 vástagos de guisantes de plantas progenitoras que tienen la combinación de genes verde/amarillo para el color de las vainas. Se sabe que la probabilidad de que un vástago de guisante tenga vainas verdes es $\frac{3}{4}$ o 0.75, es decir $P(\text{vaina verde}) = 0.75$. Supón que queremos calcular la probabilidad de que exactamente 3 de los 5 vástagos tengan vainas verdes.

Fundamentos

1) ¿Este procedimiento da como resultado una distribución binomial?

2) Si este procedimiento da como resultado una distribución binomial, identifica los valores de n , x , p y q .

a) Este procedimiento satisface los requisitos de una distribución binomial, como se muestra a continuación:

1. El número de ensayos (5) es fijo.

2. Los cinco ensayos son independientes, ya que la probabilidad de que cualquier vástago tenga vainas verdes no se ve afectada por el resultado de cualquier otro vástago.

3. Cada uno de los cinco ensayos tiene dos categorías de resultados: el guisante tiene vainas verdes o no las tiene.

4. Para cada vástago de guisante, la probabilidad de que tenga vainas verdes es $\frac{3}{4}$ o 0.75 y la probabilidad es la misma para los 5 guisantes.

b) Luego de haber concluido que el procedimiento, da como resultado una distribución binomial, ahora procederemos a identificar los valores de n , x , p y q .

1. Con 5 vástagos de guisantes, tenemos $n = 5$.

2. Queremos conocer la probabilidad de exactamente 3 guisantes con vainas verdes, de manera que $x = 3$.

3. La probabilidad de éxito (obtener un guisante con vainas verdes) en una selección es 0.75, de modo que $p = 0.75$.

4. La probabilidad de fracaso (no tener un guisante con vainas verdes) es 0.25, de modo que $q = 0.25$.

Referencia:

Triola, M., 2004, Probabilidad y Estadística, Pearson Educación.