VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

La probabilidad es una de las herramientas matemáticas más potentes para modelar y analizar la incertidumbre presente en los fenómenos reales. Desde los juegos de azar hasta la predicción del clima, pasando por la economía, la ingeniería y la medicina, el lenguaje probabilístico permite cuantificar lo aleatorio y dar sentido a lo aparentemente caótico.

Un concepto central en este campo es el de variable aleatoria, que representa los posibles resultados numéricos de un experimento aleatorio. Estas variables pueden clasificarse en dos tipos: discretas y continuas.

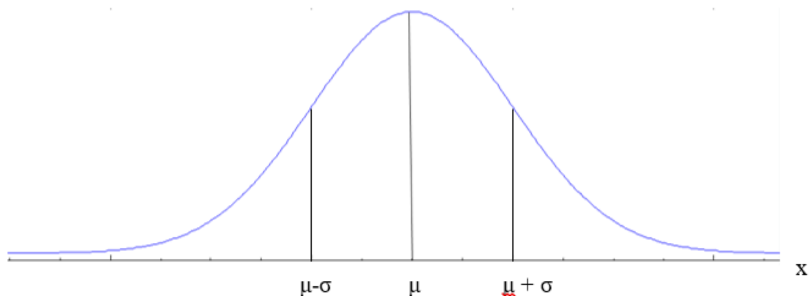
Las variables discretas toman valores específicos y contables, como el número de autos que llegan a una estación de servicio por hora. En cambio, las variables continuas pueden asumir infinitos valores dentro de un intervalo, ya que están asociadas a magnitudes que se miden con precisión arbitraria.

Una variable aleatoria continua es aquella que puede tomar infinitos valores dentro de un intervalo de la recta real. A diferencia de una variable discreta que solo puede asumir valores específicos y contables (como 1, 2, 3...), una variable continua puede adoptar cualquier valor dentro de un rango determinado, incluyendo fracciones y decimales.

EJEMPLO Por ejemplo, el tiempo, la temperatura, la distancia, el peso y la estatura son variables continuas, ya que entre dos valores cualesquiera siempre es posible encontrar otro valor intermedio.

Desde el punto de vista matemático, una variable continua no tiene una probabilidad puntual (es decir, la probabilidad de que tome un valor exacto es 0), sino que su comportamiento se describe mediante intervalos de valores. Por ejemplo: si medimos el tiempo que tarda un alumno en resolver un examen, no es correcto decir que se tardó exactamente 50 minutos.

Distribución de Probabilidad para Variables Continuas



https://share.google/images/x0kjRe1He2tvzIhMg

Una distribución de probabilidad continua es una función matemática que describe cómo se distribuyen los posibles valores de una variable aleatoria continua.
La forma en que se representan estas distribuciones es a través de una función de densidad de probabilidad (f(x)), la cual debe cumplir con dos condiciones:

1. f(x) ≥ 0 para todo valor de x (nunca puede ser negativa).
2. El área total bajo la curva (entre menos infinito y más infinito) debe ser igual a 1, ya que representa la probabilidad total.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

La probabilidad de que la variable esté entre dos valores a y b se calcula con:

$$P(a \leq X \leq b) = \int abf(x)dx$$

Esto significa que en variables continuas la probabilidad de un valor exacto es cero; siempre se habla de intervalos.

La probabilidad de que una variable continua tome un valor dentro de un intervalo [a,b], se obtiene como el área bajo la curva de f(x) en ese intervalo.

Función de Distribución Acumulada (F(x))

La función de distribución acumulada (F(x)) indica la probabilidad de que la variable sea menor o igual a un valor dado:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

Valor Esperado o Media

El valor esperado de una variable continua es el "centro de gravedad" de la distribución:

$$E[X] = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

Ejemplo: Si X representa el tiempo de vida de un foco, la media indica la duración promedio de todos los focos producidos.

Varianza y Desviación Estándar

La varianza mide la dispersión respecto a la media:

$$Var(X) = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$$

La desviación estándar (σ) es la raíz cuadrada de la varianza, y se interpreta como el promedio de la distancia entre los valores y la media.

Existen varias distribuciones de probabilidad para variables aleatorias continuas, pero las más comunes en estadística son:

- Distribución Uniforme continua: Todos los valores en un intervalo tienen la misma probabilidad.
- Distribución Exponencial: Modela el tiempo entre eventos que ocurren aleatoriamente.
- Distribución Normal (Gaussiana): Tiene forma de campana; es simétrica y modela fenómenos naturales y sociales.

Cada una tiene propiedades y aplicaciones específicas que se estudian según el contexto del fenómeno que se desea modelar.

.Referencia:

Devore, J. L. (2011). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (8.ª ed.). México. Cengage Learning.

Redacción Khan Academy. (s. f.). Distribución normal. Khan Academy. Recuperado de: https://es.khanacademy.org

Redacción Minitab. (s. f.). ¿Qué es la distribución normal? Minitab Support. Recuperado de: https://support.minitab.com/es-mx/minitab/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/normality/what-is-the-normal-distribution/

Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). Applied statistics and probability for engineers (7th ed.). Estados Unidos. Wiley.

Redacción Stat Trek. (s. f.). The Normal Distribution. Stat Trek. Recuperado de: https://stattrek.com/probability-distributions/normal.aspx

Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (9.ª ed.). México. Pearson Educación.