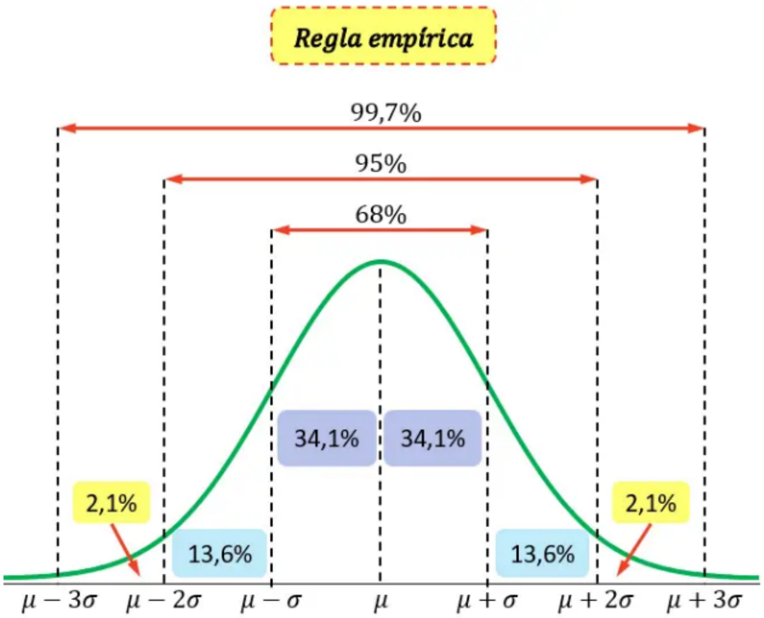
DISTRIBUCIÓN NORMAL

https://share.google/images/XYPnnGysZwXUvbZcV

La distribución normal es una distribución de probabilidad continua con forma de campana simétrica (también conocida como curva gaussiana). Se caracteriza porque la mayoría de los datos se concentran alrededor de la media, y la frecuencia disminuye gradualmente conforme los valores se alejan de ella. La simetría implica que los valores a la derecha e izquierda de la media son distribuidos de manera equivalente.

Se trata de una distribución teórica, ya que su forma se define mediante una función matemática precisa, no a partir de observaciones empíricas. Sin embargo, muchas variables del mundo real se aproximan a esta forma, como las calificaciones escolares, la altura de las personas o los errores de medición.

Una propiedad fundamental es que las desviaciones estándar a partir de la media permiten establecer rangos de probabilidad conocidos como la **regla empírica**:

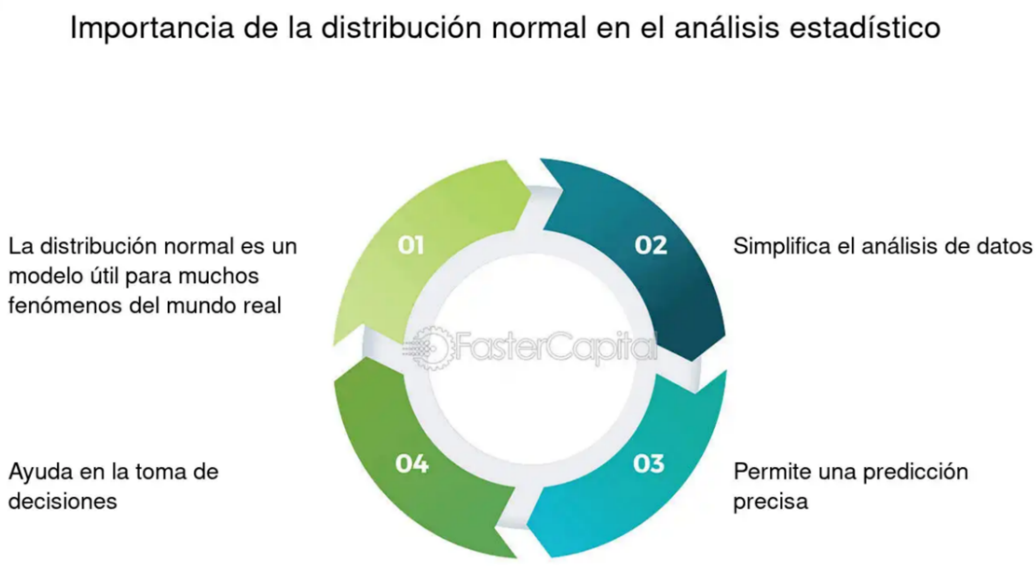


https://share.google/images/FCECGz3ny5pcVe4Qc

- Aproximadamente el 68 % de los datos se encuentra dentro de ±1 desviación estándar.
- El 95 %, dentro de ±2 desviaciones estándar.
- Y el 99.7 %, dentro de ±3 desviaciones estándar.

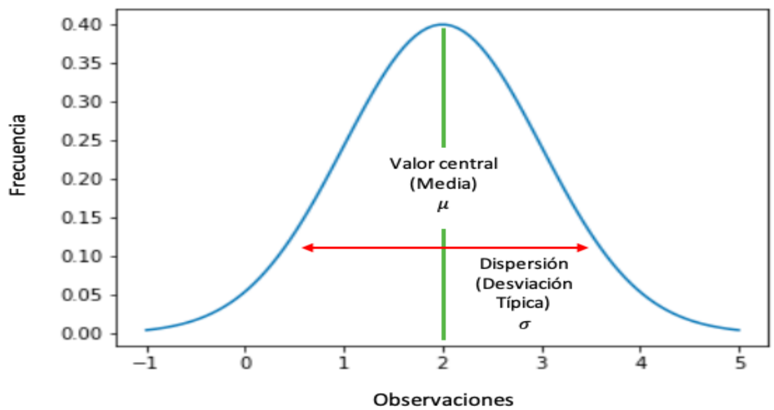
Estas propiedades hacen que la distribución normal sea la base de muchas pruebas estadísticas fundamentales, como la prueba Z y la prueba t. No obstante, para que estas pruebas sean válidas, es importante que los datos cumplan con la asunción de normalidad; de lo contrario, sus resultados pueden ser poco confiables.

Cuando una muestra proviene de una población cuya variable sigue una distribución normal, se dice que los datos están **distribuidos normalmente**.



https://share.google/images/khRVIM8C7BukxhnKm

La forma de representar una curva normal consiste en trazar una gráfica con apariencia de campana. Un parámetro muy importante es la media **(μ)** o $\bar{x}$ y siempre estará al centro de la curva con forma de campana. Además de la media, existe otro parámetro muy importante, se trata de la **desviación estándar**, representada con la letra griega **(σ)**. La desviación estándar es la medida de variabilidad más utilizada y nos indica qué tan dispersos se encuentran los datos.



https://share.google/i1in8gvv1vj2qNlkQ

La expresión matemática que describe el comportamiento de la llamada curva normal o campana de Gauss corresponde a la función de densidad de probabilidad normal, la cual se define mediante la siguiente fórmula:

$$y = f(x) = \frac{1e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

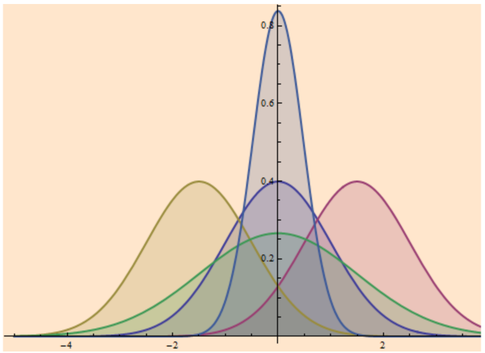
Donde:

e=constante matemática con valor de 2.711828
π = constante matemática con valor de: 3.14169
x= abscisa
μ= media
σ: desviación estándar

La distribución normal queda definida por dos parámetros, su media y su desviación típica y la representamos así: N (*μ, σ), es decir, por cada valor de μ, σ, se tendrá una función distinta, por lo tanto, la expresión* N (*μ, σ),* representa una familia de distribuciones normales.

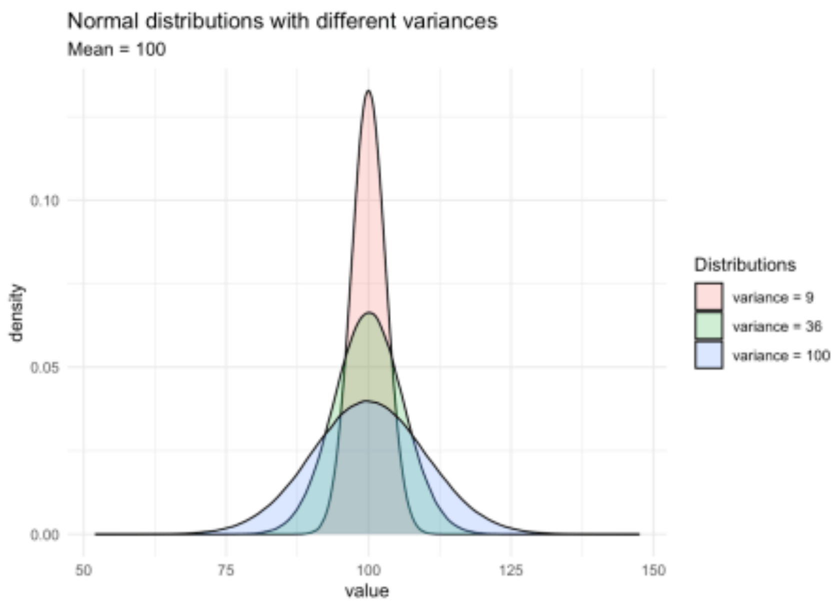
Características de la función de distribución:

- Puede tomar cualquier valor (-∞, +∞)
- Son más probables los valores cercanos a uno central que llamamos media μ
- Conforme nos separamos de ese valor μ, la probabilidad va decreciendo de igual forma a derecha e izquierda (es simétrica).



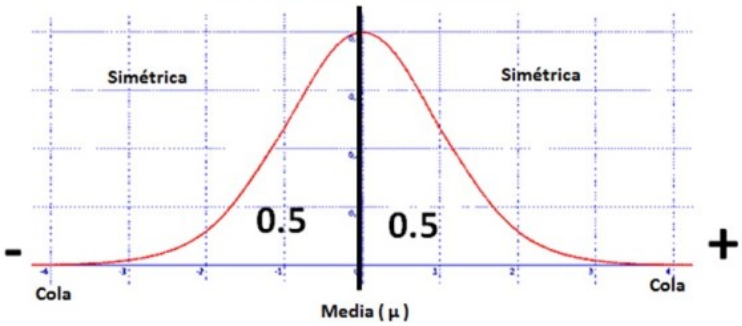
https://share.google/images/cLnpXtApWVTcni4aK

- Conforme nos separamos de ese valor μ , la probabilidad va decreciendo de forma más o menos rápida dependiendo de un parámetro σ, que es la desviación típica.
- Las colas de la distribución se prolongan indefinidamente en ambas direcciones y, en teoría, nunca llegan a tocar el eje horizontal, pues su comportamiento es asintótico.
- Debido a su simetría, la distribución normal no presenta sesgo, es decir, su coeficiente de asimetría es cero.
- La desviación estándar determina la forma de la curva: si es grande, la curva será más achatada y extendida, lo que refleja una mayor variabilidad en los datos.



https://share.google/images/0Dt52qZiW9ZCsfzIl

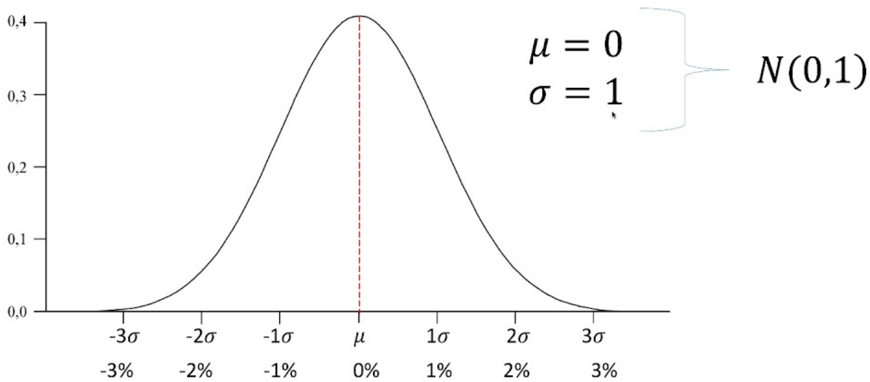
- Las probabilidades de la variable aleatoria normal se representan mediante las áreas bajo la curva. El área total equivale a 1; la mitad izquierda de la curva corresponde a 0.50 y la mitad derecha también a 0.50, gracias a su simetría.



https://share.google/images/9aVsuOgh3Br9VFxYm

LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

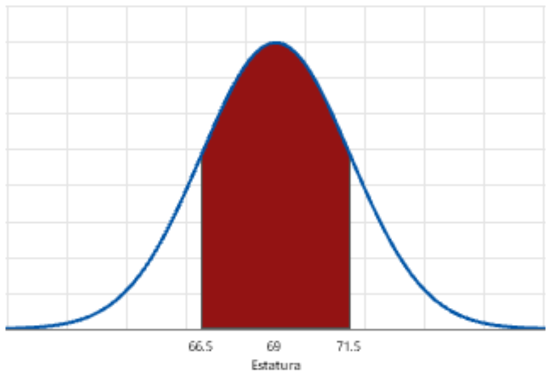
La distribución normal estándar es aquella distribución normal que tiene una media igual a cero y una desviación estándar igual a uno. Veamos la función densidad normal estandarizada, que trabaja con la variable estandarizada z en el eje horizontal:



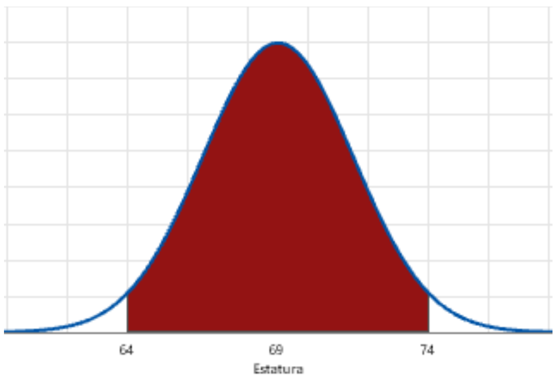
https://share.google/images/6Qdhmi9JaJabrJyuW

Ejemplo de distribución normal:

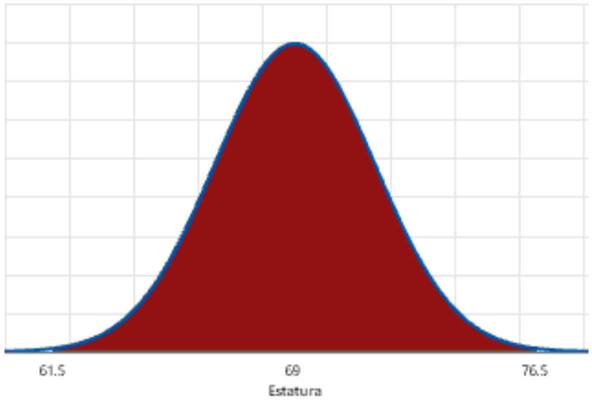
La estatura de todos los adultos masculinos que residen en el estado de Pennsylvania sigue aproximadamente una distribución normal. Por lo tanto, la estatura de la mayoría de los hombres estará cerca de la estatura media de 69 pulgadas. Un número similar de hombres serán un poco más altos y un poco más bajos que 69 pulgadas. Solo unos pocos serán mucho más altos o mucho más bajos. La desviación estándar es de 2.5 pulgadas.



Aproximadamente, el 68% de los hombres de Pennsylvania tiene una estatura de entre 66.5 (μ - 1σ) y 71.5 (μ + 1σ) pulgadas.



Aproximadamente, el 95% de los hombres de Pennsylvania tiene una estatura de entre 64 (μ - 2σ) y 74 (μ + 2σ) pulgadas.



Aproximadamente, el 99.7% de los hombres de Pennsylvania tiene una estatura entre 61.5 (μ - 3σ) y 76.5 (μ + 3σ) pulgadas.

Ejemplo tomado de: https://support.minitab.com/es-mx/minitab/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/normality/what-is-the-normal-distribution/

Usos de la distribución normal

La distribución normal es un modelo estadístico fundamental, ya que muchos fenómenos naturales, sociales y económicos tienden a ajustarse a este tipo de comportamiento. Su presencia frecuente en datos reales la convierte en una herramienta clave para el análisis y la toma de decisiones en diversas disciplinas. Se utiliza ampliamente en:

- Ciencias sociales, para el estudio de variables psicológicas, educativas y comportamentales.
- Ciencias naturales, en la descripción de características físicas y biológicas bajo condiciones estables.
- Producción y control de calidad, como base para técnicas de monitoreo de procesos y aseguramiento de estándares.
- Medicina y ciencias de la salud, en el análisis de mediciones fisiológicas y resultados clínicos.
- Economía y finanzas, para el modelado y evaluación de variables agregadas y fluctuaciones.

Además de describir patrones de datos, la distribución normal es esencial para aplicar métodos de inferencia estadística, como estimaciones de parámetros, pruebas de hipótesis y construcción de intervalos de confianza.

.Referencia:

Devore, J. L. (2011). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (8.ª ed.). México. Cengage Learning.

Redacción Khan Academy. (s. f.). Distribución normal. Khan Academy. Recuperado de: https://es.khanacademy.org

Redacción Minitab. (s. f.). ¿Qué es la distribución normal? Minitab Support. Recuperado de: https://support.minitab.com/es-mx/minitab/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/normality/what-is-the-normal-distribution/

Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). Applied statistics and probability for engineers (7th ed.). Estados Unidos. Wiley.

Redacción Stat Trek. (s. f.). The Normal Distribution. Stat Trek. Recuperado de: https://stattrek.com/probability-distributions/normal.aspx

Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (9.ª ed.). México. Pearson Educación.