

AREAS TABULADAS

Las **áreas tabuladas** de la distribución de probabilidad normal son tablas que muestran las probabilidades acumuladas bajo la curva normal estándar (Z), que tiene media 0 y desviación estándar 1.

Estas áreas tabuladas de la normal permiten convertir problemas de probabilidad sobre variables normales en una consulta rápida, sin necesidad de integrar funciones complicadas.

Estas tablas se utilizan para:

- Calcular **probabilidades** de eventos en distribuciones normales.
- Obtener **valores críticos** (como los usados en pruebas estadísticas).
- Hacer **transformaciones entre valores Z y probabilidades**.

¿Qué contiene una tabla Z ?

Una **tabla Z** muestra los valores de la función de distribución acumulada (FDA) para la distribución normal estándar:

$$P(Z \leq z)$$

Es decir, el área bajo la curva normal desde menos infinito hasta un valor Z determinado.

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

<https://share.google/images/l88zMD1jzho12oQ5i>

Cómo se lee:

- Buscas la fila con el valor entero y la primera cifra decimal (por ejemplo, 5).
- Luego, la columna con la segunda cifra decimal (por ejemplo, 0.5).
- Juntas: $Z = 0.55$. El valor correspondiente es el área bajo la curva hasta ese punto.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340

Ejemplo 1: ¿Cuál es el valor de $P(Z \leq 1.28)$?

1. Ubica la fila del primer decimal y décima de Z
 - $Z = 1.28 \rightarrow$ Fila 1.2
2. Ubica la columna del segundo decimal de Z
 - $Z = 1.28 \rightarrow$ Columna 0.08
3. Cruza fila y columna
 - El valor en la tabla es **0.3997**

✓ Interpretación:

Hay una **probabilidad de 0.3997** (o **39.97%**) de que una variable Z esté por debajo de 1.28.

Ejemplo 2: $P(Z \leq -0.67)$

La mayoría de las tablas solo muestran **valores positivos de Z**. Entonces, usa la simetría de la curva:

$$P(Z \leq -0.67) = 1 - P(Z \leq 0.67)$$

1. Fila: **0.6**
2. Columna: **0.07**
3. Valor: **0.2486**

$$P(Z \leq -0.67) = 1 - 0.2486 = 0.7514$$

Interpretación: Hay **75.14% de probabilidad** de que Z esté por debajo de -0.67.

Ejemplo 3:

Para calcular áreas entre dos valores de Z:

$$P(-1.00 \leq Z \leq 1.50)$$

1. Busca $P(Z \leq 1.50)$: \rightarrow **0.9332**
2. Busca $P(Z \leq -1.00)$: \rightarrow

Usa simetría:

$$P(Z \leq -1.00) = 1 - P(Z \leq 1.00)$$

$$P(Z \leq 1.00) = 0.8413 \rightarrow 1 - 0.8413 = 0.1587$$

3. Resta las áreas:

4. $0.9332 - 0.1587 = 0.7745$

Resultado: Probabilidad de que Z esté entre -1.00 y 1.50 es **0.7745** (77.45%).

Ejemplo 4:

Sea Z una variable normal estándar.

a) Calcular $P(Z \leq 1,11)$.

z	0,00	0,01	0,02
0,0	0,5000	0,5040	0,5080
0,1	0,5398	0,5438	0,5478
0,2	0,5793	0,5832	0,5871
0,3	0,6179	0,6217	0,6255
0,4	0,6554	0,6591	0,6628
0,5	0,6915	0,6950	0,6985
0,6	0,7257	0,7291	0,7324
0,7	0,7580	0,7611	0,7642
0,8	0,7881	0,7910	0,7939
0,9	0,8159	0,8186	0,8212
1,0	0,8413	0,8438	0,8461
1,1	0,8643	0,8665	0,8686
1,2	0,8849	0,8869	0,8888
1,3	0,9032	0,9049	0,9066
1,4	0,9192	0,9207	0,9222

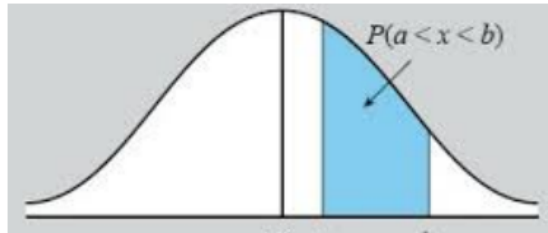
$$P(Z \leq 1,11) = P(Z < 1,11) = 0,8665$$

b) Calcular $P(Z > -1,11)$.

z	0,00	0,01	0,02
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005
-3,2	0,0007	0,0006	0,0006
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920

$$P(Z > -1,11) = 1 - P(Z \leq -1,11) = 1 - 0,1335 = 0,8665.$$

c) Calcular $P(0,5 < Z < 1)$.



$$\begin{aligned}
 P(0,5 < Z < 1) &= P(Z < 1) - P(Z < 0,5) \\
 &= P(Z < 1) - P(Z < 0,5) \\
 &= 0,8413 - 0,6915 = 0,1498
 \end{aligned}$$

Tipos de tablas

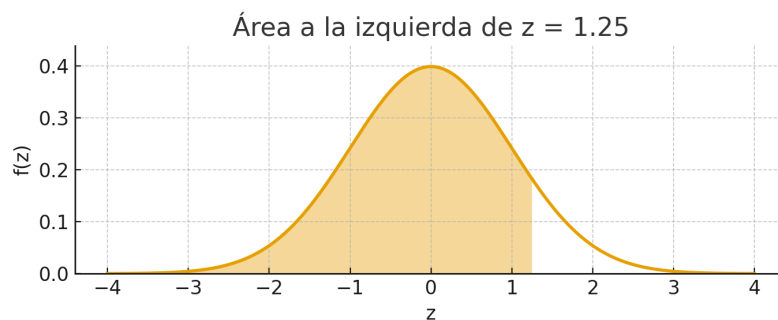
Para una tabla Z lista valores de $\Phi(z)$ o áreas relacionadas bajo la curva de la normal estándar existen dos formatos comunes:

- Tipo A: Tabla de área acumulada desde $-\infty$ hasta z ($\Phi(z)$).
- Tipo B: Tabla de área entre 0 y z ($\Phi(z) - 0.5$, para $z \geq 0$).

Ejemplos resueltos con áreas sombreadas

Ejemplo 1: $P(Z < 1.25)$.

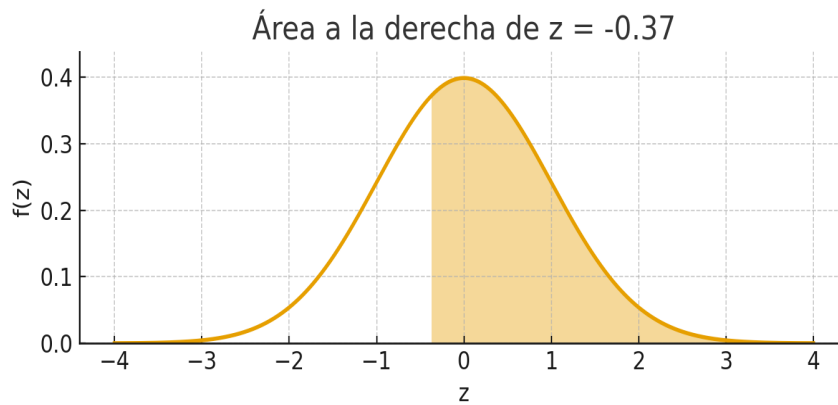
Si la tabla es de $\Phi(z)$, busca $z = 1.25$. $\Phi(1.25) \approx 0.8944$; por lo tanto, $P(Z < 1.25) \approx 0.8944$.



Ejemplo 2: $P(Z > -0.37)$.

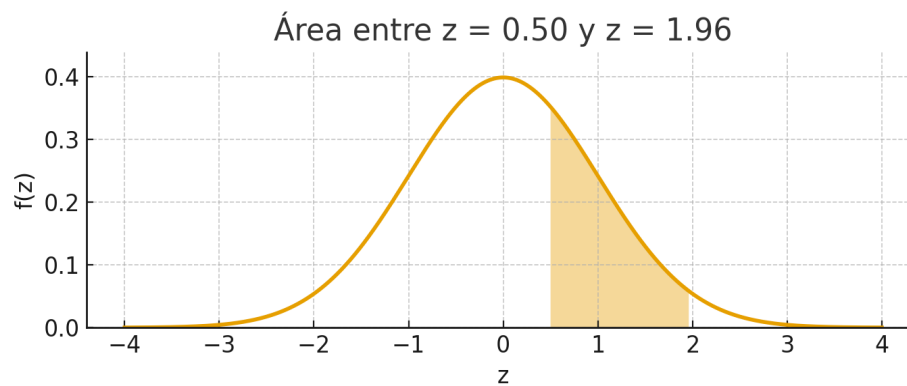
$P(Z > -0.37) = 1 - P(Z \leq -0.37) = 1 - \Phi(-0.37) = \Phi(0.37)$ por simetría.

Con tabla acumulada: $\Phi(0.37) \approx 0.6443$.



Ejemplo 3: $P(0.50 < Z < 1.96)$.

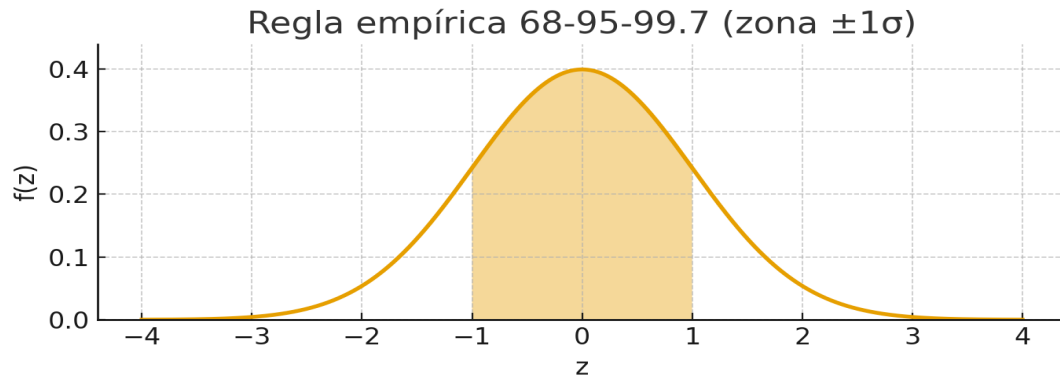
Con tabla acumulada: $\Phi(1.96) - \Phi(0.50) \approx 0.9750 - 0.6915 = 0.2835$.



Regla empírica y valores críticos frecuentes

Aproximadamente 68% de los datos están dentro de $\pm 1\sigma$, 95% dentro de $\pm 2\sigma$ y 99.7% dentro de $\pm 3\sigma$.

Valores críticos comunes (colas bilaterales): 90% $\rightarrow \pm 1.645$; 95% $\rightarrow \pm 1.96$; 99%



.Referencia:

Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2014). *Applied Statistics and Probability for Engineers* (6th ed.).

Estados Unidos. Wiley.

Redacción NIST/SEMATECH. (2012). *e-Handbook of Statistical Methods*. National Institute of Standards and Technology. NIST/SEMATECH. Recuperado de: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>

Ross, S. M. (2014). *Introduction to Probability Models* (11th ed.). Estados Unidos. Academic Press.

Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias* (9a ed.). México. Pearson.

Weisstein, E. W. (n.d.). *Normal Distribution*. MathWorld—A Wolfram Web Resource. Recuperado de: <https://mathworld.wolfram.com/NormalDistribution.html>