

REGLAS DE PROBABILIDAD

REGLA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

La probabilidad de un evento A se encuentra entre 0 y 1, es decir:


$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Esto significa que, si un evento no puede ocurrir, su probabilidad es 0, y si el evento es seguro, su probabilidad es 1.


La probabilidad de un evento es un número entre 0 y 1 que refleja la certeza de que ocurra dicho evento. Se calcula como la razón entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, si todos los resultados son igualmente probables.

$$P = \frac{\text{\# veces que se presenta el evento}}{\text{\# de veces que se llevo a cabo el experimento}}$$

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de obtener un dos al lanzar un dado?

 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; 6 resultados posibles.


 Evento: Un resultado, al caer 2.

 $P_{(2)} = \frac{1}{6}$

REGLA DE LA PROBABILIDAD SIMPLE (REGLA DE LAPLACE)

Es la probabilidad calculada a partir de experimentos realizados. Es decir, se refiere a qué tan probable resulta un suceso si un experimento se repite muchas veces. Puede entenderse como:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

 $n(A)$ → Número de casos favorables

$n(\Omega)$ → Numero total de casos

Ejemplo: ¿Cuál será la probabilidad de obtener un 5 al lanzar un dado?

Al repetir el lanzamiento del dado 12 veces y se obtuvieron los siguientes resultados:

Experimento	Resultado
1	3
2	5
3	6
4	5
5	5
6	3
7	1
8	4
9	6
10	4
11	2
12	3

Total de experimentos: 12

Resultados favorables: 3

$$P_f(5) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

REGLAS ADITIVAS

Las reglas de adición simplifican el cálculo de probabilidades de algún evento, se puede aplicar a uniones de dos o más eventos conocidos. Esto puede ser cierto si el evento en cuestión se puede representar como la unión de otros dos eventos o como el complemento de algún evento.

REGLA DE LA PROBABILIDAD DE LA UNIÓN DE EVENTOS

Para dos eventos A y B, la probabilidad de que ocurra al menos uno de ellos se puede calcular usando la fórmula:

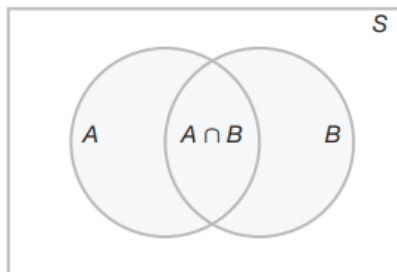
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Para tres eventos (A, B y C)

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Es decir, la probabilidad de la unión de dos eventos es la suma de las probabilidades de cada uno, menos la probabilidad de su intersección (para evitar contar dos veces el caso donde ambos ocurren simultáneamente).

Representación empleando un diagrama de Venn:



Ejemplo: Si lanzamos un dado y A es el evento de que salga un número par (2, 4, 6) y B es el evento de que salga un número mayor a 3 (4, 5, 6), entonces:

- $P(A) = 3/6 = 1/2 = 0.5$
- $P(B) = 3/6 = 1/2 = 0.5$
- $P(A \cap B) = 2/6 = 1/3$ (Porque los números comunes son 2 y 4)

Entonces:

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.5 - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



En el caso Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces la formula queda:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Debido a que, si A y B son mutuamente excluyentes, $A \cap B = \emptyset$ y entonces:

$$P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

De manera general, para n eventos mutuamente excluyentes la fórmula queda:

Si A_1, A_2, \dots, A_n son mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

Ejemplo:



John es un ingeniero industrial que necesita trabajo inmediato por lo que, después de tener entrevistas en dos empresas en donde quiere trabajar, determina que la probabilidad que tiene de lograr una oferta de empleo en la empresa A es 0.8, y que la probabilidad de obtenerla en la empresa B es 0.6. Si, por otro lado, considera que la probabilidad de recibir ofertas de ambas empresas es 0.5, ¿qué probabilidad tiene de obtener al menos una oferta de esas dos empresas?

Solución: Si usamos la regla aditiva tenemos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.6 - 0.5 = 0.9$$



Si A y A' son eventos complementarios, entonces $P(A) + P(A') = 1$

$$1 = P(S) = P(A \cup A') = P(A) + P(A')$$

Ejemplo:



Las probabilidades de que un mecánico automotriz dé servicio a 3, 4, 5, 6, 7, 8 o más vehículos en un día de trabajo dado son 0.12, 0.19, 0.28, 0.24, 0.10 y 0.07, respectivamente, ¿cuál es la probabilidad de que dé servicio al menos a 5 vehículos el siguiente día de trabajo?

Solución: Sea E el evento de que al menos 5 automóviles reciban servicio y E' es el evento de que menos de 5 automóviles reciban servicio.

Entonces:

$$P(E) = 1 - P(E')$$

$$P(E') = 0.12 + 0.19 = 0.31.$$

$$P(E) = 1 - 0.31 = 0.69$$

En muchos contextos reales, los eventos no ocurren de forma aislada, sino que uno puede influir en la probabilidad de otro. Para analizar estos casos, es necesario introducir conceptos como la probabilidad condicional, la independencia y la regla de la multiplicación. Estas nociones permiten evaluar cómo se modifica la probabilidad de un evento cuando ya se tiene información previa sobre otro, y son fundamentales en campos como la estadística inferencial, la inteligencia artificial, la medicina y la toma de decisiones basada en datos.

.Referencia:

Grimaldi, R. (2004). Mathematics for Management Sciences. Estados Unidos. Pearson Prentice Hall.

Feller, W. (1968). An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. 1 (3rd ed.). Estados Unidos. Wiley.

Keller, G. (2005). Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists. Estados Unidos. Pearson Education.

Ross, S. (2009). Introduction to Probability Models. Estados Unidos. Academic Press.

Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2013). Introducción a la probabilidad y estadística (14.ª ed.). México. Cengage Learning.