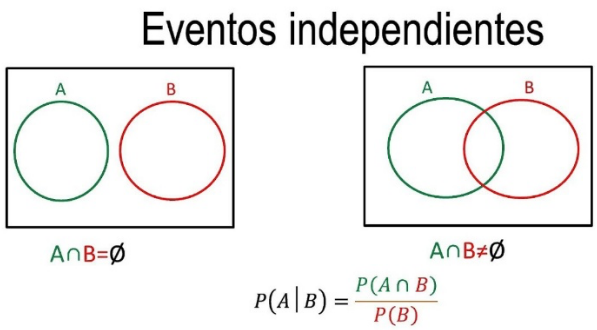
INDEPENDENCIA DE EVENTOS

¿Sabías qué los algoritmos de Netflix y YouTube usan modelos de probabilidad condicional para predecir qué contenido mostrarte, en función de tus elecciones previas?



Comprender la independencia entre eventos, el concepto de probabilidad condicional y la aplicación de la regla de multiplicación es esencial para analizar adecuadamente situaciones aleatorias. Estos fundamentos permiten identificar si la ocurrencia de un evento afecta o no a otro, calcular probabilidades conjuntas y evaluar escenarios donde los eventos están relacionados. Dominar estas herramientas facilita el razonamiento lógico en contextos de incertidumbre y fortalece la capacidad para resolver problemas aplicados en diversas áreas del conocimiento.

Dos eventos AA y BB son independientes si la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro.

- Es decir, que:

$P(A|B)=P(A)$ y $P(B|A)=P(B)$

En estos casos, la probabilidad conjunta se calcula como:

$P(A \cap B)=P(A) \cdot P(B)$

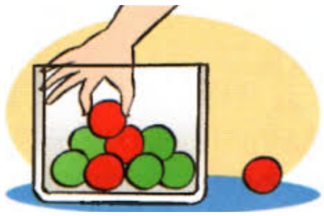
Ejemplo:

- Se lanza una moneda y un dado.
- A = obtener cara
- B = obtener un número mayor que 4 en el dado
- Ambos eventos no se afectan entre sí.

Entonces:

$P(A \cap B)=P(A) \cdot P(B)=(1/2) \cdot (2/6)=1/6$

REGLA DE LA PROBABILIDAD O INDEPENDENCIA CONDICIONAL



La probabilidad condicional se refiere a la probabilidad de que ocurra un evento A dado que ya ha ocurrido otro evento B.

Se denota como:

$P(A|B)$

- Se calcula con la fórmula:

$P(A|B)=P(A \cap B)$

Ejemplo:

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 azules. Se extraen dos bolas sin reemplazo.

- A = la primera bola es roja → $P(A)=5/8$

- B = la segunda bola es roja, dado que la primera fue roja

→ Después de sacar una roja, quedan 4 rojas de 7 bolas → $P(B|A)=4/7$

Entonces:

$P(A \cap B)=P(A) \cdot P(B|A)=5/8 \cdot 4/7=20/56=5/14$

La probabilidad condicional describe la probabilidad de que ocurra un evento A dado que ha ocurrido otro evento B. Se denota como $P(A|B)$ y se calcula con la fórmula:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Esta fórmula es válida solo si $P(B)>0$.

Ejemplo:

https://share.google/images/oWj1f0t4C8UanUWwW

En un proceso industrial textil, se producen listones, los cuales pueden presentar defectos en cuanto a la longitud y la textura. A partir de información histórica del proceso se sabe que 10% de los listones no pasan la prueba de longitud, que 5% no pasan la prueba de textura y que solo 0.8% no pasan ninguna de las dos pruebas. Si en el proceso se elige un listón al azar y una medición rápida identifica que no pasa la prueba de longitud, ¿cuál es la probabilidad de que la textura esté defectuosa?

Solución:

Eventos:

L: defecto en longitud,

T: defecto en textura.

La probabilidad está dada por:

$P\ (T\ |L) = P\ (T \cap L)\ P\ (L) = 0.008/0.1 = 0.08$

REGLA DEL PRODUCTO O REGLA MULTIPLICATIVA (MULTIPLICACIÓN DE PROBABILIDADES)

Regla de la Multiplicación

Eventos Dependientes

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Si dos eventos A y B son independientes, la probabilidad de que ambos ocurran es el producto de sus probabilidades individuales.

Ejemplo 1:

Una localidad solo dispone de un carro de bomberos y una ambulancia para emergencias. La probabilidad de que el carro de bomberos esté disponible cuando se necesite es 0.98 y la probabilidad de que la ambulancia esté disponible cuando se le requiera es 0.92. En el evento de un herido en un incendio, calcule la probabilidad de que tanto la ambulancia como el carro de bomberos estén disponibles, suponiendo que operan de forma independiente.

Solución: Sean A y B los respectivos eventos de que estén disponibles el carro de bomberos y la ambulancia. Entonces:

$P\ (A \cap B) = P(A)P(B) = (0.98)\ (0.92) = 0.9016$

Ejemplo 2:

La regla también se extiende:

$P(A \cap B \cap C)=P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|A \cap B)$

Tres personas se seleccionan al azar para ocupar 3 cargos diferentes en un comité (presidente, vicepresidente, secretario). Hay 10 candidatos. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona específica (por ejemplo, Juan) ocupe el cargo de presidente y luego otra específica (Ana) sea vicepresidenta?

Paso 1: Probabilidad de que Juan sea presidente: 1/10

Paso 2: Si Juan ya fue elegido, quedan 9 personas. Probabilidad de que Ana sea vicepresidenta: 1/9

P (Juan presidente y Ana vicepresidenta) = $1/10 \cdot 1/9 = 1/90$

.Referencia:

Ross, S. M. (2014). A first course in probability (9th ed.). Estados Unidos. Pearson.

Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (9.ª ed.). México. Pearson Educación.

Devore, J. L. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (8.ª ed.). México. Cengage Learning.