

# ESTIMACIÓN PUNTUAL DE LA PROPORCIÓN DE LA POBLACIÓN

La proporción de unidades de una población que poseen una característica particular se denota por  $p$ . Cuando extraemos una muestra aleatoria de la población y observamos cuántos elementos tienen dicha característica, obtenemos la proporción muestral  $\hat{p}$ , la cual puede emplearse como estimador puntual del parámetro poblacional  $p$ . Bajo condiciones estándar de muestreo aleatorio simple y suponiendo que la muestra es representativa, se puede demostrar que  $\hat{p}$  posee varias propiedades deseables: es **insesgado** (esto es,  $E[\hat{p}] = p$ ), **consistente** (a medida que el tamaño muestral crece,  $\hat{p}$  converge en probabilidad a  $p$ ), **eficiente** en el sentido de que tiene varianza mínima entre los estimadores insesgados en muchos casos (especialmente bajo distribución binomial) y es un estadístico **suficiente** para  $p$ .  $\hat{p}$  sirve como un estimador puntual simple y robusto de  $p$  gracias a su insesgadez, consistencia y eficiencia (en muchos casos).

En un contexto de negocios internacionales,  $\hat{p}$  puede ayudar a estimar proporciones críticas (por ejemplo, proporción de pedidos con defectos, proporción de éxito en contratos internacionales, etcétera), y dichas estimaciones pueden orientar decisiones estratégicas (por ejemplo, seleccionar proveedores, fijar cláusulas de penalización o calcular riesgos de incumplimiento).

## Ejemplo:

Una empresa que exporta componentes electrónicos a varios países se interesa por conocer la **proporción de pedidos que llegan con retraso** (es decir, que no se entregan en la fecha acordada). En los últimos **200** pedidos internacionales, la empresa registró que **34** pedidos tuvieron retraso. Se quiere usar esa proporción muestral como estimador de la proporción poblacional de pedidos con retraso, y tomar decisiones basadas en ello.

La proporción muestral es:

$$\hat{p} = \frac{34}{200} = 0.17$$

**Interpretación:** se estima que aproximadamente **17 %** de los pedidos totales se entregan con retraso.

La varianza de  $\hat{p}$  es:

$$\text{Var}(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n} \approx \frac{0.17 \times 0.83}{200} = 0.0007055$$

La desviación estándar estimada (error estándar) es:

$$\text{SE}(\hat{p}) = \sqrt{0.0007055} \approx 0.0266$$

Podemos construir un intervalo de confianza aproximado al nivel de 95 % (usando la aproximación normal):

$$\hat{p} \pm z_{0.975} \cdot \text{SE}(\hat{p}) = 0.17 \pm 1.96 \times 0.0266 = (0.1189, 0.2211)$$

Por lo tanto, con un 95 % de confianza, la proporción real de pedidos con retraso se halla entre **11.89 % y 22.11 %**.

**Decisión basada en la estimación:**

- a) Dado que hasta uno de cada 5 pedidos podría estar llegando con retraso (según el límite superior del intervalo), la empresa decide ajustar sus procesos logísticos internacionales. Se propone establecer una **cláusula penal** en los contratos con transportistas para retrasos que excedan cierto porcentaje.
- b) Además, como meta inmediata, la empresa decide mejorar su sistema de monitoreo y penalización para reducir la tasa proyectada de retrasos a menos del 10 %.

- c) Finalmente, se decide monitorear esta proporción en futuras muestras, de modo que si la proporción estimada  $\hat{p}$  baja significativamente (por ejemplo, a 0.10 con error estándar menor), la política de penalización se debe ajustar para reflejar la mejora logística.

***Referencia:***

*Lehmann, E. L., & Romano, J. P. (2022). Testing Statistical Hypotheses (4.<sup>a</sup> ed.). Springer.*