

# Aplicaciones a la Administración

## Ejemplo 1

El volumen de ventas de gasolina de cierta estación de servicio depende del precio por litro. Si  $p$  es el precio por litro en centavos, se encuentra que el volumen de venta  $q$  (en litros por día) está dado por

$$q = 500 (150 - p)$$

Calcula el incremento en el volumen de ventas que corresponde a un incremento en el precio de 120 centavos a 130 centavos por litro.

## Solución

Aquí,  $p$  es la variable independiente y  $q$  la función de  $p$ . El primer valor de  $p$  es  $p_1 = 120$  y el segundo valor de  $p$  es  $p_2 = 130$ . El incremento de  $p$  es

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 130 - 120 = 10$$

Los valores correspondientes de  $q$  son los siguientes:

$$q_1 = 500 (150 - p_1) = 500(150 - 120) = 15,000$$

$$q_2 = 500 (150 - p_2) = 500(150 - 130) = 10,000$$

# Aplicaciones a la Administración

En consecuencia, el incremento de  $q$  está dado por

$$\Delta q = q_2 - q_1 = 10,000 - 15,000 = -5000$$

El incremento de  $q$  mide el crecimiento en  $q$  y el hecho de que sea negativo significa que  $q$  en realidad decrece. El volumen de ventas decrece en 5000 litros por día si el precio se incrementa de 120 a 130 centavos.

## **Ejemplo 2 (Costos, ingresos y utilidades)**

Un fabricante de productos químicos advierte que el costo por semana de producir  $x$  toneladas de cierto fertilizante está dado por  $C(x) = 20,000 + 40x$  dólares y el ingreso obtenido por la venta de  $x$  toneladas está dado por  $R(x) = 100x - 0.01x^2$ . La compañía actualmente produce 3100 toneladas por semana; pero está considerando incrementar la producción a 3200 toneladas por semana. Calcula los incrementos resultantes en el costo, el ingreso y la utilidad. Determina la tasa de cambio promedio de la utilidad por las toneladas extra producidas.

## **Solución**

El primer valor de  $x$  es de 3100 y  $x + \Delta x = 3200$ :

$$\Delta C = C(x + \Delta x) - C(x)$$

# Aplicaciones a la Administración

$$\begin{aligned} &= C(3200) - C(3100) \\ &= [20000 + 40(3200)] - [20000 + 40(3100)] \\ &= 148000 - 144000 \\ &= 4000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta R &= R(x + \Delta x) - R(x) \\ &= R(3200) - R(3100) \\ &= [100(3200)] - [0.01(3200)^2] - \\ &\quad [100(3100)] - [0.01(3100)^2] \\ &= 217600 - 213900 \\ &= 3700 \end{aligned}$$

De modo que los costos se incrementan en \$4000 con el incremento dado en la producción, mientras los ingresos se incrementan en \$3700.

A partir de estos resultados, es claro que la utilidad debe decrecer en \$300.

Podemos advertir esto con más detalle si consideramos que las utilidades obtenidas por la empresa son iguales a sus ingresos menos sus costos, de modo que la utilidad  $P(x)$  por la venta de  $x$  toneladas de fertilizante es

# Aplicaciones a la Administración

$$\begin{aligned}P(x) &= R(x) - C(x) \\&= 100x - 0.01x^2 - (20,000 + 40x) \\&= 100x - 0.01x^2 - 20,000 - 40x \\&= 60x - 0.01x^2 - 20,000\end{aligned}$$

En consecuencia, el incremento en la utilidad cuando  $x$  cambia de 3100 a 3200 es

$$\begin{aligned}\Delta P &= P(3200) - P(3100) \\&= [60(3200) - 0.01(3200)^2 - 20,000] - \\&\quad [60(3100) - 0.01(3100)^2 - 20,000] \\&= 69,600 - 69,900 = -300\end{aligned}$$

Así, la utilidad decrece en \$300.

La tasa de cambio promedio de la utilidad por tonelada extra es

$$\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{-300}{100} = -3$$

en donde  $\Delta x = 3200 - 3100 = 100$ . De modo que la utilidad decrece en un promedio de \$3 por tonelada con el incremento dado en la producción.

# Aplicaciones a la Administración

## **REFERENCIAS:**

Arya, J. C., & Lardner, R. W. (2009). Matemáticas Aplicadas a la Administración ya la Economía. Pearson educación. pág. 442, 446