PERÍMETRO, ÁREA DE TRIÁNGULOS Y CUATRILÁTEROS, VOLÚMENES

Una de las áreas de aplicación para la geometría analítica es el cálculo de superficies, distancias y grosores, profundidades, etc.

Las fórmulas que se usan para realizar estos cálculos se utilizan mucho en la vida diaria y permiten saber si un recipiente puede contener un líquido, si un terreno está debidamente nivelado, si un mueble cabe en nuestra casa, etc.

El área de un rectángulo:

Al hablar de área estamos hablando del espacio que ocupa un polígono, por ejemplo, el trazo de un terreno, el espacio de proyección de una pantalla plana, el tamaño de una región en México, etc., dependiendo del polígono es la forma en la que se calcula el área de esa figura. En el caso de los rectángulos, se calcula multiplicando dos de los lados; en el caso específico del cuadrado no importa que lados se seleccionan porque son iguales, pero para los demás rectángulos, se deben multiplicar uno de los lados menores (ancho), por uno de los lados mayores (largo).

área = ancho x largo.

Perímetro de rectángulos y cuadrados:

Recordemos que, al referirnos al perímetro hablamos de todo el contorno de una figura, por lo que es la suma de las medidas de los cuatro lados, para cada caso serán las siguientes fórmulas:

$$Perímetro\_Cuadrado = 4\ell$$
$$Perímetro\_rectángulo = 2(\ell + a)$$

donde l = lado, a = ancho

Ejemplos: encontrar el perímetro del cuadrado de la figura.

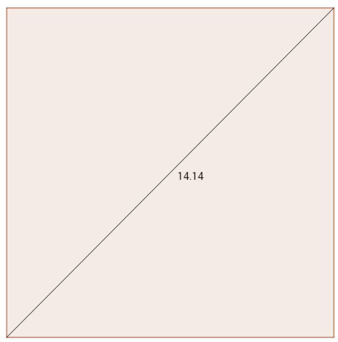
(A) 39.5

(B) 85

(C) 35

(D) 40

(E) no se puede calcular



Solución:

- Como solo tenemos el valor de la longitud de la diagonal, aparentemente no se puede contestar la pregunta.
- Pero si observamos bien, notaremos que la diagonal forma 2 triángulos rectos y como es un cuadrado, la longitud de los catetos es la misma.

$$a = b$$

- Y por el Teorema de Pitágoras tenemos que:

$c^2 = a^2 + b^2$; como $a = b$, entonces $a^2 = b^2$, y como a y b son lo mismo, podemos expresarlas como a o b.

Si utilizamos la letra a, tendremos:

$$(14.14)^2 = a^2 + a^2$$

$$(14.14)^2 = 2a^2$$

$$\frac{(14.14)^2}{2} = a^2$$

$$99.9698 = a^2$$

$$a = \sqrt{99.9698}$$

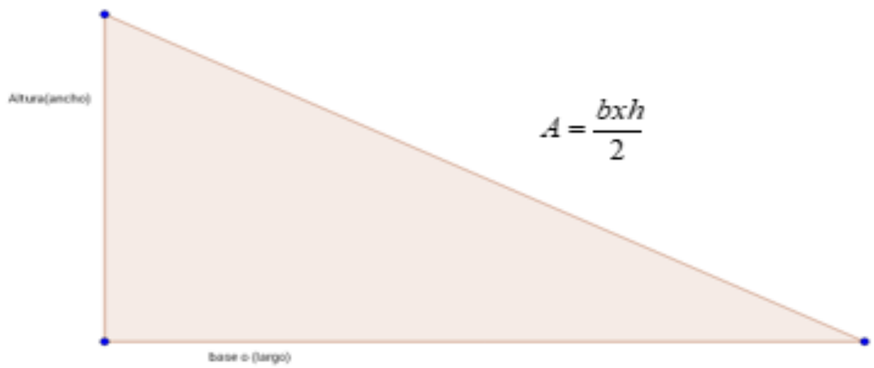
$$a = 9.998 \approx 10$$

Como $a = b$, entonces $b = 10$

- Teniendo los valores para a y b, podemos decir que el perímetro es 40 o la opción D.

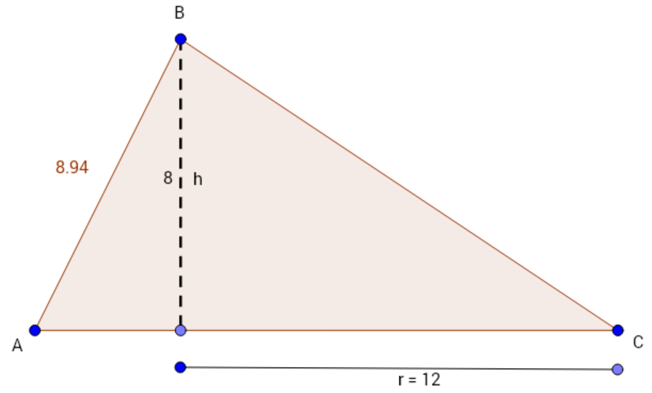
Áreas de triángulos:

La fórmula para calcular dicha área es muy semejante a la del rectángulo con un largo y un ancho. Lo que se le agrega a esa fórmula es que se divide por 2 y esto, porque como vimos en el ejemplo anterior, al trazar una diagonal en los rectángulos, quedan 2 triángulos rectos y el área de cada uno equivale a la mitad del área del rectángulo que se partió.



En ocasiones el triángulo en cuestión no es rectángulo, pero de cualquier forma se puede seguir utilizando la misma fórmula.

Ejemplo: calcular el área del siguiente triángulo.



(A) 32

(B) 64

(C) 38

(D) 65

(E) No se puede calcular

Solución:

- Como podemos ver, el triángulo en este problema no es rectángulo, pero los datos que tenemos son suficientes para calcular el área.
- Observando bien, el segmento que define la altura crea 2 triángulos rectángulos y con los datos del triángulo más pequeño, se puede obtener el dato faltante para conocer completamente la longitud de la base.
- Usando el Teorema de Pitágoras.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$(8.94)^2 = a^2 + (8)^2$$
$$(8.94)^2 - (8)^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{(8.94)^2 - (8)^2}$$
$$a = \sqrt{79.9236 - 64}$$
$$a = \sqrt{15.9236}$$
$$a = 3.99 \approx 4$$

- Con este dato ya se puede completar la parte faltante de la base del triángulo:
  Base = r + 4 = 12 + 4 =16

- Y por último aplicamos la fórmula para obtener el área del triángulo:
$$A = \frac{bxh}{2} = \frac{16x8}{2} = 64$$
- Por lo que seleccionamos la opción B.

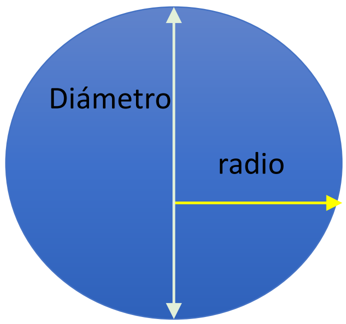
Área de paralelogramos:

Para encontrar el área de un paralelogramo, lo más sencillo es hacerlo parecer un cuadrado o rectángulo y así poder aplicar la fórmula de los rectángulos.

Al trazar la línea que nos da la altura (h), se crea un triángulo que, si lo transportamos al otro extremo del paralelogramo, completa el rectángulo, con lo que se puede usar la fórmula:

Área = base x altura

Área circunferencia: a diferencia de las anteriores figuras, la circunferencia no tiene un lado; sin embargo, cuenta con un diámetro y radio, elementos con los cuales es posible calcular el área y longitud de la circunferencia.



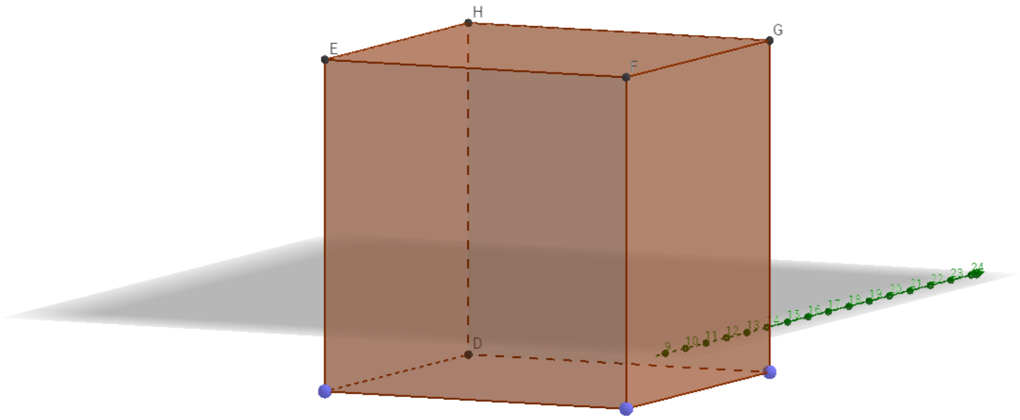
Las fórmulas que se utilizan para calcular área y perímetro son las siguientes:

Área → $A = \pi r^2$

Circunferencia → $c = \pi r$

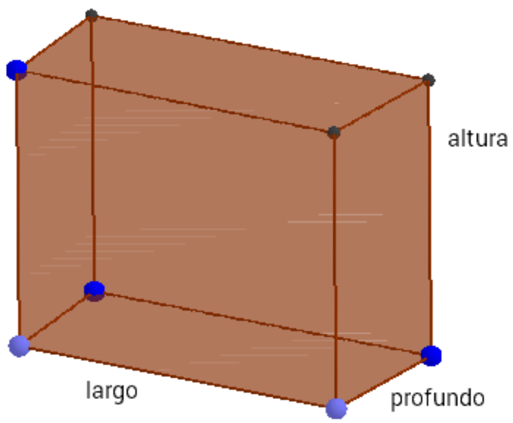
Cubos:

Esta es la figura más básica y que se estudia primero. En un cubo, todos los lados son iguales y por consiguiente el volumen ocupado por el cubo es el producto de multiplicar el valor de uno de los lados tres veces por sí mismo **L^3**



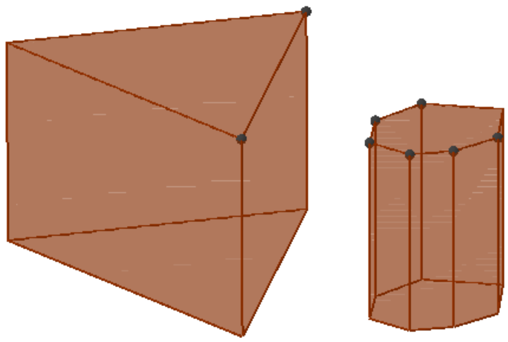
Rectángulo sólido:

En estas figuras, los lados no son necesariamente iguales, por lo que decimos que tiene tres longitudes, que son el largo, el alto y la profundidad, y el producto de ellos nos da el volumen que ocupa el cubo.



Prismas y cilindros:

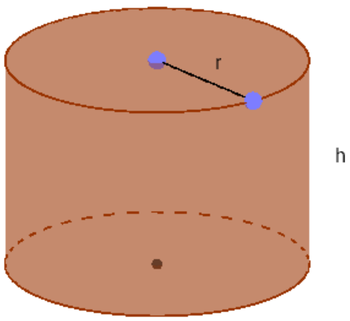
Son aquellas figuras sólidas en las que sus bases son el mismo polígono y estos están unidos por caras rectangulares. Estas últimas son llamadas altura del prisma, sin importar si la figura está dibujada acostada o no, el nombre de cada uno de estos prismas es complementado con el nombre del polígono que es su base, por ejemplo, prisma triangular, prisma octagonal.



El volumen de un prisma se calcula como el producto del área de su base y la altura.

Cilindros:

También debe ser familiar el cilindro, que es una figura que en la que sus bases son dos círculos y se unen por dos líneas paralelas.



Esferas Conos y Pirámides:

Las esferas son un tipo de sólido que están formadas a base de un círculo. Los conos están compuestos por una base circular y por una superficie curva que termina en un vértice, se representan por dos rectas que inician en una parte de la circunferencia y terminan en el vértice del cono. Las pirámides son parecidas a los prismas, pero en lugar de tener dos bases, solo tienen una y como los conos, terminan en un vértice. Lo que conecta a la base con el vértice son triángulos.