Derivadas de Funciones Trigonométricas Inversas

Una función puede representarse como un conjunto de pares ordenados (a,b); si intercambiamos cada una de las coordenadas, obtenemos un función inversa que se denota como f^{-1}. Algunas de sus características son:

- ✓ Si g es la función inversa de f, entonces f es la función inversa de g.
- ✓ El dominio de f^{-1} es el rango o recorrido de f y el recorrido o rango de f^{-1} es el dominio de f.
- ✓ Una función puede no tener una función inversa, pero si la tiene, la función inversa es única.

$f(x) = x + c$ y $f^{-1} = x - c$ son funciones inversas una de la otra

$f(x) = cx$ y $f^{-1}(x) = \frac{x}{c}, c \neq 0$ son funciones inversas una de la otra

La derivada de una función inversa

$$\boldsymbol{g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \quad , f'(g(x)) \neq 0}$$

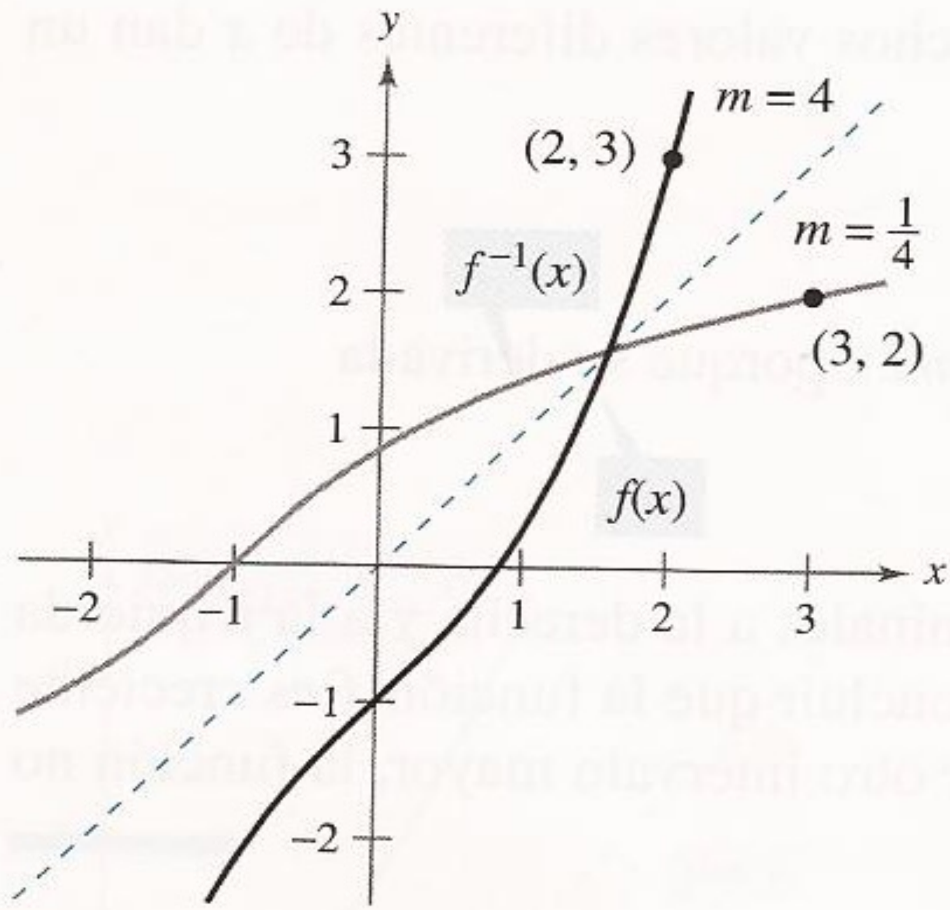
Ejemplos:

$$\mathbf{1.}\ \boldsymbol{f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x - 1}$$

a) ¿Cuál es el valor de $f^{-1}(x)$ para x=3?

$$f(x) = 3\ cuando\ x = 2;\ f^{-1}(3) = 2$$

Derivadas de Funciones Trigonométricas Inversas



Las gráficas de las funciones inversas f y f^{-1} tienen pendientes recíprocas en los puntos (a, b) y (b, a)

Figura 4.40

b)¿Cuál es el valor de $(f^{-1})'(x)$ para x=3?

$$f^{-1\prime}(3) = \frac{1}{f'(f^{-1}(3))} = \frac{1}{f'(2)}$$

$$\frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\frac{3}{4}(2)^2 + 1} = \frac{1}{4}$$

La pendiente en el punto (2,3) de la gráfica de f es 4 y la pendiente de f^{-1} en el punto(3,2) es ¼; siendo una relación recíproca.