Distancia Entre Dos Puntos con Inclinación

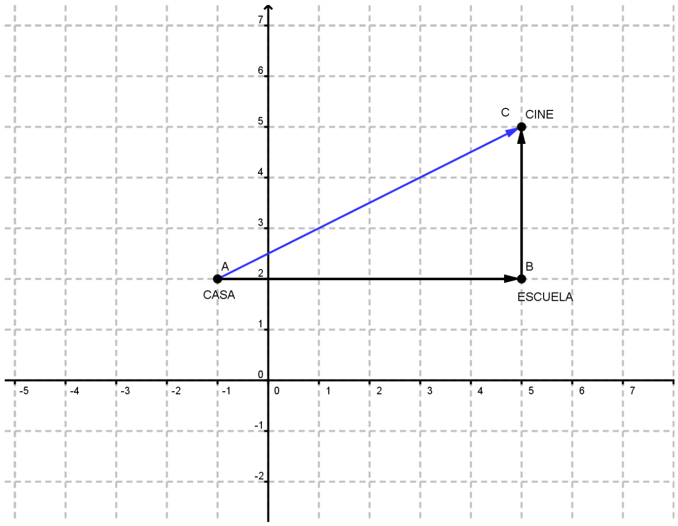
En la actividad anterior te diste cuenta que para obtener longitudes de segmentos horizontales o verticales es muy sencillo, pero para calcular distancias de segmentos con alguna inclinación se requiere que recuerdes un tema que estudiaste en geometría: El Teorema de Pitágoras.

Lo veremos primero como lo estudiaste en Matemáticas II y lo generalizaremos hasta deducir la fórmula. A continuación seguimos con los ejemplos.

<u>Ejemplo 2</u>

Retomando el ejemplo anterior pero cambiando las coordenadas A, B y C. El recorrido sería el siguiente:

SOLUCIÓN



Las coordenadas serían: $A(-1, 2)$; $B(5, 2)$ y $C(5, 5)$

Si observas la gráfica podemos ver que se forma un triángulo rectángulo cuyos catetos son $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ y la hipotenusa está formada por la longitud $\overline{AC}$

Del teorema de Pitágoras sabemos que:

$$(Hip)^2 = (cat)^2 + (cat)^2$$

Sustituyendo la información se obtiene:

$$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2$$

$(\overline{AC})^2 = (60\ m)^2 + (30\ m)^2$

$(\overline{AC})^2 = 3\,600\ m^2 + 900\ m^2$

$(\overline{AC})^2 = 4\,500\ m^2$

$\overline{AC} = \sqrt{4500\ m^2}$

$\overline{AC} = 67.08\ m$

Esta es la longitud del recorrido de Lucía de su casa al cine directamente.

Con el ejemplo anterior ayuda a visualizar la forma de obtener la distancia entre dos puntos cualesquiera en un plano cartesiano. Si la distancia es entre puntos alineados horizontalmente $(\overline{AB})$ podemos observar que para calcular la distancia entre los puntos A y B solo basta restar los valores de la abscisa "x" de ambos puntos: $A(-1, 2)$ y $B(5,2)$:

$$\overline{AB} = |x_2 - x_1|$$
$$\overline{AB} = |5 - (-1)|$$
$$\overline{AB} = 6;\ \text{Como cada unidad equivale a } 10\ m \quad \overline{AB} = 60\ m$$

Para calcular la distancia entre puntos alineados verticalmente como es el caso de $\overline{BC}$. Solo tenemos que restar los valores de las ordenadas "y" de ambos puntos: $B(5,2)$ y $C(5,5)$

$$\overline{BC} = |y_2 - y_1|$$
$$\overline{BC} = |5 - 2|$$
$$\overline{BC} = 3;\ \text{Como cada unidad equivale a } 10\ m \quad \overline{BC} = 30\ m$$

Sabemos que $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ corresponden a los catetos en el triángulo rectángulo que se forma por lo que aplicando el teorema de Pitágoras tenemos: Sustituyendo la información se obtiene:

$$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2$$
$$(\overline{AC})^2 = (|x_2 - x_1|)^2 + (|y_2 - y_1|)^2$$

Los valores absolutos son para que las longitudes sean positivas; también cuando se eleve al cuadrado cada término, el resultado será positivo, así que para hacerlo más práctico, se tomará únicamente los cuadrados, como sigue:

$$(\overline{AC})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Ahora se despeja la $\overline{AC}$ sacando raíz.

Habrá que recordar que hay dos posibles resultados al sacar una raíz, sólo que consideraremos el resultado positivo, dado que la distancia no es negativa.

$$\overline{AC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

De donde obtenemos la fórmula para calcular la distancia entre dos puntos.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplo 3

Comprobar la fórmula anterior usando las coordenadas de $A(-1{,}2)$ y $C(5{,}5)$ que corresponden a los puntos de la casa de Lucy (A) y el cine (C)

SOLUCIÓN

$$A(-1{,}2) \qquad C(5{,}5)$$
$$A\ (x_1, y_1) \qquad C(x_2, y_2)$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\left(5 - (-1)\right)^2 + (5 - 2)^2}$$
$$\overline{AC} = \sqrt{(6\ m)^2 + (3\ m)^2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{36\ m^2 + 9\ m^2}$$

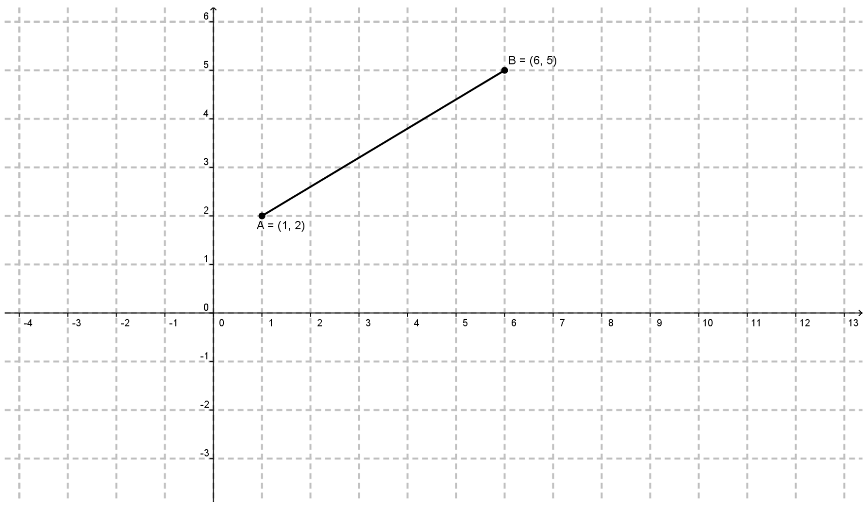
$$\overline{AC} = \sqrt{45\ m^2}$$

$$\overline{AC} = 6.708\ m$$

Como cada unidad equivale a 10 m, la distancia entre $\overline{AC} = 6.708\ m$. El cuál es el mismo resultado sin usar la fórmula.

Ejemplo 4
Graficar y calcular la longitud del segmento que une a los puntos $A(1{,}2)$ y $B(6{,}5)$.

SOLUCIÓN



Distancia Entre Dos Puntos con Inclinación

$$A(1,2) \qquad B(6,5)$$
$$A\ (x_1, y_1) \qquad B(x_2, y_2)$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(6-1)^2 + (5-2)^2}$$
$$\overline{AB} = \sqrt{(5)^2 + (3)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{25+9}$$

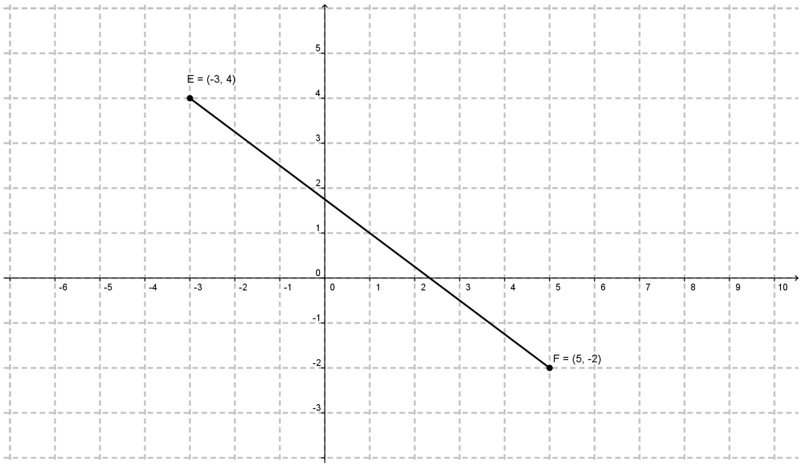
$$\overline{AB} = \sqrt{34}$$

$$\overline{AC} = 5.83 \ \text{Unidades}$$

Ejemplo 5

Graficar y calcular la longitud del segmento que une a los puntos $E(-3, 4)$ y $F(5, -2)$.

SOLUCIÓN



$$E(-3, 4) \qquad F(5, -2)$$
$$E(x_1, y_1) \qquad F(x_2, y_2)$$

$$\overline{EF} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{EF} = \sqrt{\left(5 - (-3)\right)^2 + (-2 - 4)^2}$$
$$\overline{EF} = \sqrt{(8)^2 + (-6)^2}$$

$$\overline{EF} = \sqrt{64 + 36}$$

$$\overline{EF} = \sqrt{100}$$

$$\overline{EF} = 10 \ \text{Unidades}$$