Ecuación ordinaria – estándar

Ya que entendimos lo que es la parábola, hagamos algunas gráficas de acuerdo a los elementos que nos indiquen.

Ejemplo 1

a) El Foco está ubicado en $(3,-1)$ y al directriz está ubicada en $y = 3$

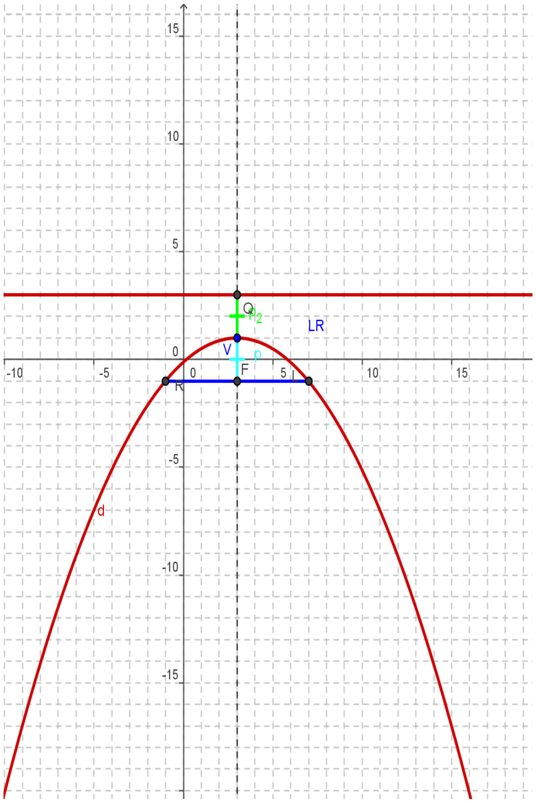
SOLUCIÓN

Los pasos para graficar y obtener los elementos de la parábola son:

- Ubicar la coordenada del foco.
- Trazar una recta horizontal que pase por $y = 3$, que corresponde a la directriz.
- Contamos la distancia que hay entre el foco y la directriz y son 4 unidades, por lo tanto en la mitad de esta distancia está el vértice cuya coordenada es: $(3\ ,1)$.
- Como la distancia del vértice al foco es 2 unidades, este corresponde al valor de $p = 2$.
- Como el foco está en $(3,-1)$ y el vértice en $(3,1)$ esto nos indica que la parábola es vertical y abre hacia abajo.
- Medimos a ambos lados del foco el doble de "p" y marcamos los puntos para las coordenadas del lado recto.
- Como es una parábola vertical que abre hacia abajo, la ecuación está dada por: $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ recordando que como abre hacia abajo, el valor de "p" será negativo.

Ecuación ordinaria – estándar

La gráfica queda así:



Los elementos son:

$$p = -2$$

$$V(3,1) \longrightarrow V(h,k)$$

$$F(3,-1)$$

Directriz en: $y = 3$

Lado recto: $(7,-1)$

$(-1,-1)$

Ecuación:

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

$$(x-3)^2 = (4)(-2)(y-1)$$

$$(x-3)^2 = -8(y-1)$$

b) El vértice está en $(-4,3)$ abre hacia la derecha y $p = 6$.

SOLUCIÓN

- Ubicamos el vértice en $(-4, 3)$.
- Del vértice hacia la derecha contamos 6 unidades y este es el foco con coordenadas $(2, 3)$.
- Del vértice a la izquierda medimos 6 unidades y por ahí pasa la directriz, esto es en $x = -10$.
- Del foco hacia arriba y hacia abajo contamos el doble de "p", esto es 12 unidades para ambos lados y son los extremos del lado recto: $(2, 15)$ y $(2, -9)$.

La gráfica queda:

Los elementos de la parábola son:

$$p = 6$$

$$V(-4, 3) \longrightarrow V(h, k)$$

$$F(2, 3)$$

Directriz en: $x = -10$

Lado recto: $(2, 15)$

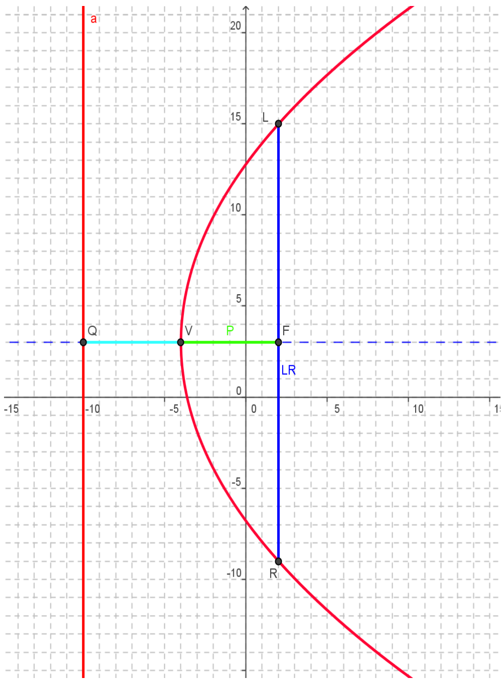
$(2, -9)$

Ecuación:

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

$$(y - 3)^2 = (4)(6)(x + 4)$$

$$(y - 3)^2 = 24(x + 4)$$



c) El vértice está ubicado en $(2, 5)$ y la directriz está en $x = 5$.

SOLUCIÓN

- Ubicamos el vértice en $(2,5)$.
- Trazamos la directriz, una recta vertical que pasa por $x = 5$.
- La distancia del vértice a la directriz es 3 unidades por lo que $p = -3$, pues si la directriz queda a la izquierda del vértice, quiere decir que abre hacia la izquierda.
- Marcamos un punto a dos unidades de "p" hacia la izquierda para ubicar el foco la coordenada es: $(-1,5)$.
- Ubicamos dos puntos, uno hacia arriba y otro hacia abajo, del foco a 6 unidades (el doble de "p") del foco para ubicar los extremos del lado recto, las coordenadas son: $(-1,-1)$ y $(-1,11)$.

  Como abre hacia la izquierda, indica que es horizontal y la ecuación que la define está dada por: $(y-k)^2 = 4p(x-h)$

Los elementos de la parábola son:

$$p = -3$$

$$V(2,5) \longrightarrow V(h,k)$$

$$F(-1,5)$$

Directriz en: $x = 5$

Lado recto: $(-1,-1)$

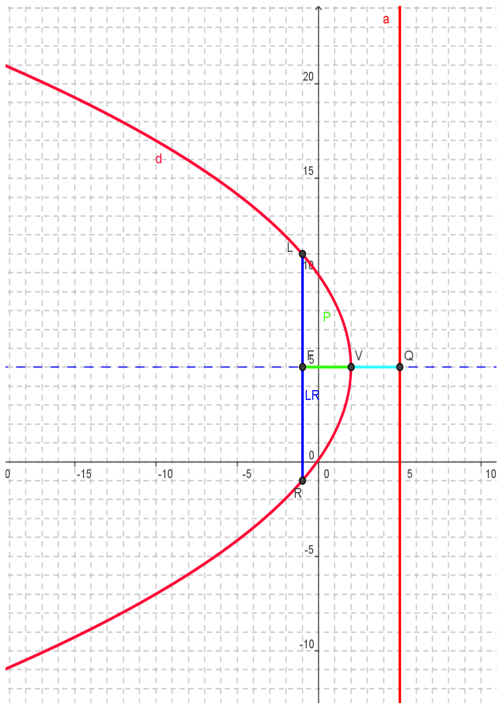
$(-1,11)$

Ecuación:

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

$$(y-5)^2 = (4)(-3)(x-2)$$

$$(y-5)^2 = -12(x-2)$$

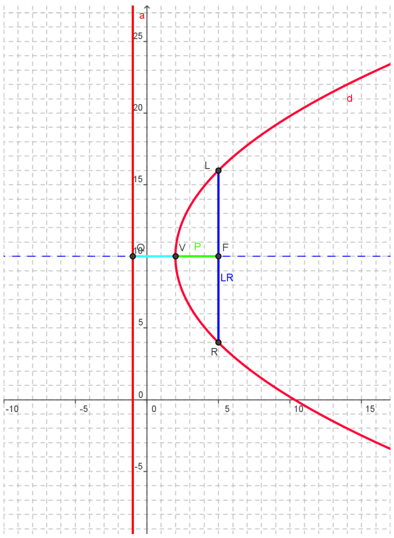


d) Uno de los extremos del lado recto está en $(5,4)$ y el Foco en $(5,10)$.

SOLUCIÓN

- Ubicamos el foco en $(5, 10)$.
- Ubicamos uno de los extremos del lado recto en $(5, 4)$
- Medimos la distancia del foco al extremo del lado recto y son 6 unidades.
- Como la distancia del foco a cada uno de los extremos del lado recto, es el doble de "p", significa que $p = 3$.
- Ubicamos el otro extremo del lado recto midiendo 6 unidades arriba del foco en $(5, 16)$.
- Como no nos indica hacia dónde abre la parábola y los lados rectos están arriba y abajo del foco, hay dos opciones: es horizontal y puede abrir a la derecha o a la izquierda.
- Graficamos las dos opciones e identificamos los elementos de la parábola.

SOLUCIÓN 1



ABRE A LA DERECHA

$$p = 3$$

$$V(2, 10) \longrightarrow V(h, k)$$

$$F(5, 10)$$

Directriz en: $x = -1$

Lado recto: $(5, 4)$

$$(5, 16)$$

Ecuación:

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

$$(y - 10)^2 = \big(4(3)\big)(x - 2)$$

$$(y - 10)^2 = 12(x - 2)$$

SOLUCIÓN 2

ABRE A LA IZQUIERDA:

$$p = -3$$

$$V(8, 10) \longrightarrow V(h, k)$$

$$F(5, 10)$$

Directriz en: $x = 11$

Lado recto: $(5, 4)$

$(5, 16)$

Ecuación:

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

$$(y-10)^2 = (4)(-3)(x-2)$$

$$(y-10)^2 = -12(x-2)$$