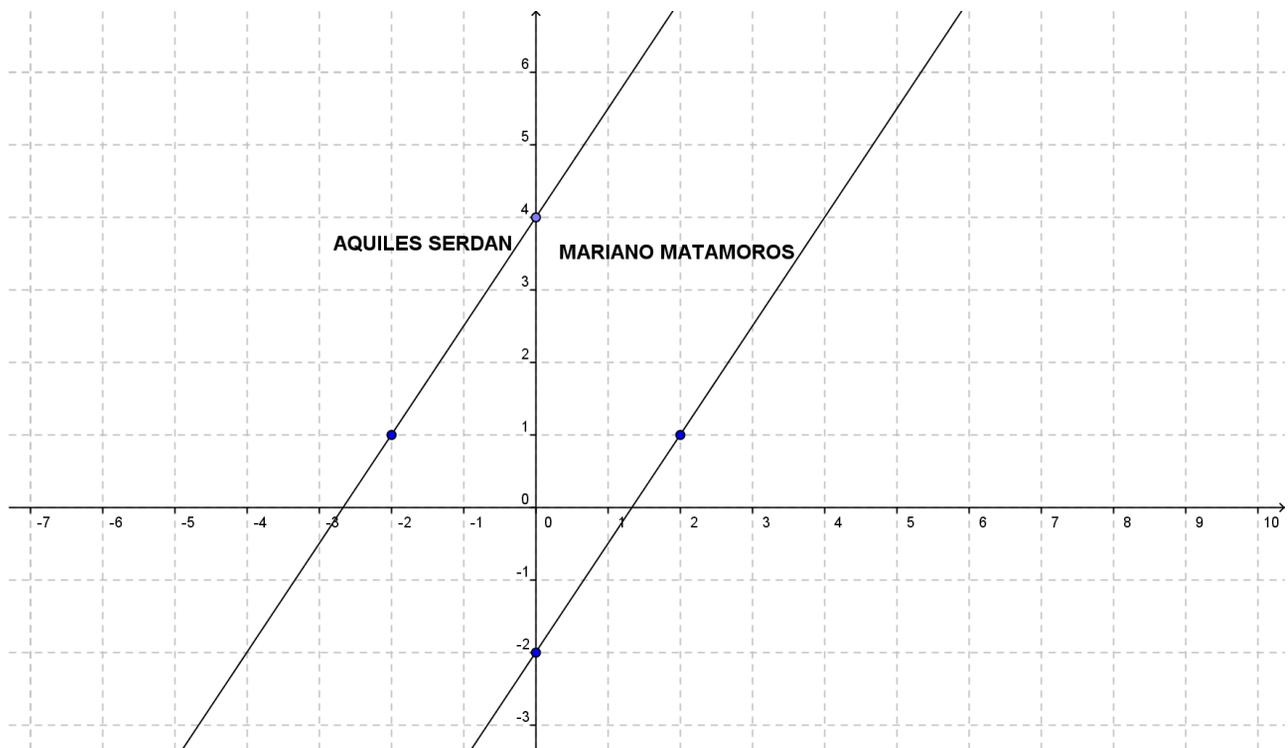


Ecuación de las Rectas Paralelas

Como recordarás, en uno de los temas anteriores analizamos las características de las rectas paralelas; esto es, las pendientes de las rectas paralelas son iguales. Si conocemos la ecuación de una de las rectas podemos encontrar la ecuación de la otra puesto que sus pendientes son iguales. Veamos algunos ejemplos.

Ejemplo 1

Las calles Aquiles Serdán y Mariano Matamoros en cierta ciudad son paralelas. Si se localizan según el siguiente plano, establezca las ecuaciones de la forma general de cada una de ellas.



Ecuación de las Rectas Paralelas

SOLUCIÓN

Podemos observar que para la calle Aquiles Serdán cruza el eje “y” en 4, por lo que $b = 4$

Si contamos la variación de “y” con respecto a “x” tenemos que es la pendiente $m = \frac{3}{2}$. Por lo que la ecuación de la forma pendiente - ordenada al origen es:

$$\begin{aligned}y &= \frac{3}{2}x + 4 \\2\left(y = \frac{3}{2}x + 4\right) \\2y &= 3x + 8 \\-3x + 2y - 8 &= 0 \\3x - 2y + 8 &= 0\end{aligned}$$

Para la calle Mariano Matamoros, se cruza en $y = -2$ y la pendiente es; $m = \frac{3}{2}$. Por lo que la ecuación de la forma pendiente - ordenada al origen es:

$$\begin{aligned}y &= \frac{3}{2}x - 2 \\y &= \frac{3}{2}x - 2 \\2\left(y = \frac{3}{2}x - 2\right) \\2y &= 3x - 4 \\-3x + 2y + 4 &= 0 \\3x - 2y - 4 &= 0\end{aligned}$$

Ejemplo 2

Dos camiones A y B salen al mismo tiempo desde dos ciudades diferentes rumbo al mismo centro de distribución; la trayectoria de A la define la recta $96t + d - 144 = 0$, y la de B es paralela a la del camión A (d es la distancia al centro de distribución medida en kilómetros y t el tiempo transcurrido medido en horas). ¿Cuál es la ecuación que define la trayectoria del camión B?

Ecuación de las Rectas Paralelas

SOLUCIÓN

La ecuación de la trayectoria del camión A es:

$$96t + d - 144 = 0$$

Despejando "d" obtenemos:

$$d = -96t + 144$$

De donde tenemos que la pendiente es -96 ; de aquí deducimos que la pendiente de la ecuación de la recta del camión B debe ser igual a -96 y como pasa por el punto $(-2, 142)$ podemos calcular el valor de C:

$$\begin{array}{ccc} Ax + By + C = 0 & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 96t + d - 144 = 0 & & \end{array}$$

Lo que desconocemos es el valor de C, despejamos para sustituir el punto por donde nos indica que pasa el camión B:

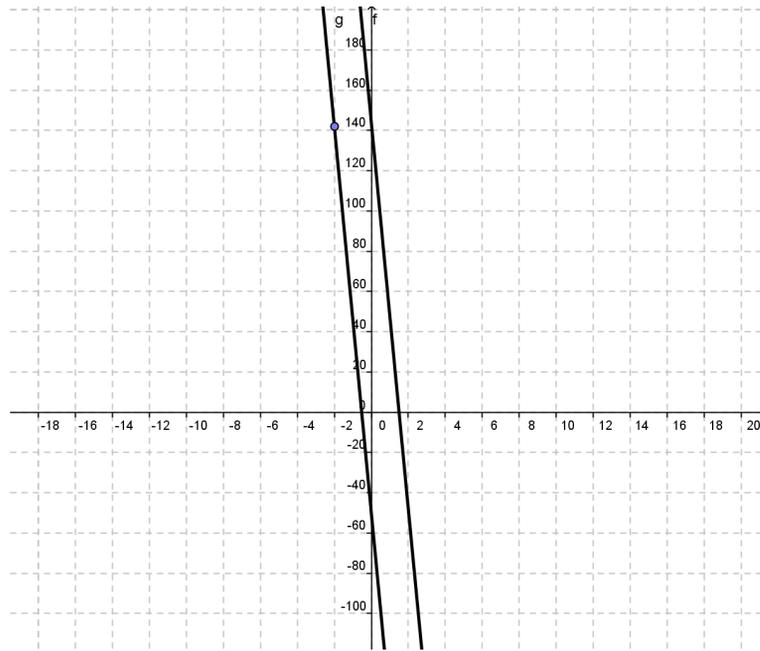
$$\begin{aligned} 96t + d + C &= 0 \\ C &= -Ax - By \\ C &= -96t - d \\ C &= -96(-2) - 142 \\ C &= 50 \end{aligned}$$

Por lo que la ecuación de la recta que describe la trayectoria del camión B es:

$$96t + d + 50 = 0$$

Ecuación de las Rectas Paralelas

La gráfica es:



Ejemplo 3

Establece la ecuación general de la recta que pasa por el punto $(4, -8)$ y es paralela a la recta cuya ecuación está dada por $3x - 4y + 12 = 0$.

SOLUCIÓN

Como las rectas son paralelas, deben tener la misma pendiente, por lo que primero encontramos la pendiente de la recta $3x - 4y + 12 = 0$:

$$-4y = -3x - 12$$

$$y = \frac{-3}{-4}x - \frac{12}{-4}$$

$$y = \frac{3}{4}x + 3$$

Ecuación de las Rectas Paralelas

De aquí tenemos que la pendiente de la recta es $\frac{3}{4}$ y por lo tanto la ecuación de la recta que se busca será la misma. Recordando la fórmula de la pendiente:

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Sustituimos el punto por donde pasa y el valor de la pendiente en:

$$(x - x_1)m = (y - y_1)$$

$$(x - 4)\left(\frac{3}{4}\right) = (y - (-8))$$

$$(x - 4)(3) = (4)(y - (-8))$$

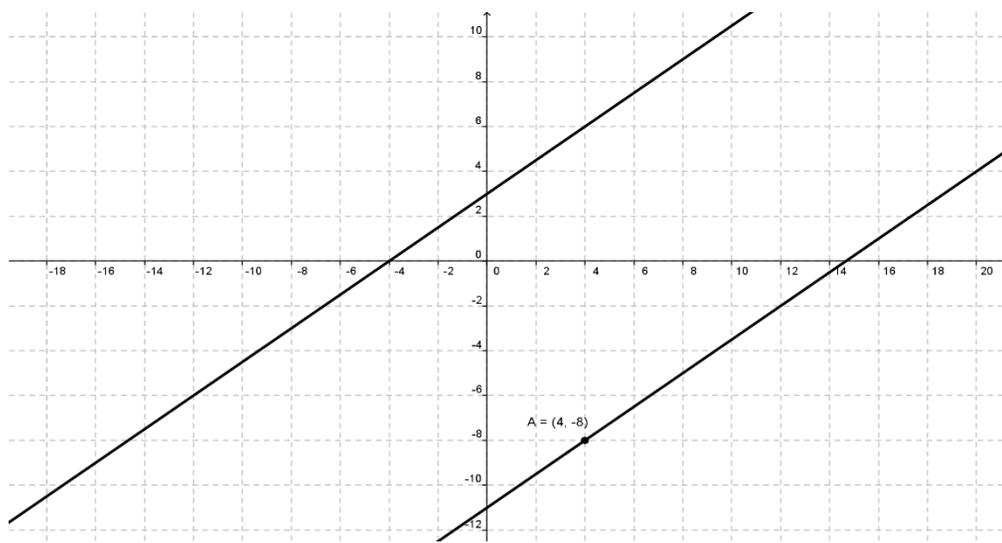
$$3x - 12 = 4y + 32$$

$$3x - 4y - 12 - 32 = 0$$

$$3x - 4y - 44 = 0$$

Que es la ecuación de la recta paralela a $3x - 4y + 12 = 0$ que pasa por el punto $(4, -8)$

Gráfica:



Ecuación de las Rectas Paralelas

ECUACIÓN DE LAS RECTAS PERPENDICULARES

Las rectas perpendiculares son aquellas que al cruzarse, forman ángulos de 90° . Además, las pendientes son recíprocas y de signo contrario, por lo que se cumple que $m_1 \cdot m_2 = -1$. Si conocemos la ecuación de una de ellas, podemos identificar la pendiente y con esta deducimos el valor de la pendiente de la otra. Veamos algunos ejemplos.

Ejemplo 1

Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $x - 3y + 3 = 0$, que pasa por el punto $(-3, 3)$.

SOLUCIÓN

Para encontrar la pendiente de la recta cuya ecuación nos es dada, despejamos "y":

$$x - 3y + 3 = 0$$

$$-3y = -x - 3$$

$$y = \frac{-x}{-3} - \frac{3}{-3}$$

$$y = \frac{1}{3}x + 1$$

La pendiente de la recta dada es: $m = \frac{1}{3}$; como lo que estamos buscando es la ecuación de la recta paralela, entonces su pendiente es recíproca y de signo contrario a la encontrada al despejar "y":

$$m = \frac{1}{3} \text{ la pendiente de la recta perpendicular es: } m = \frac{1}{3} \longrightarrow m = -3$$

Ecuación de las Rectas Paralelas

Con esta información y además que sabemos que pasa por el punto $(-3, 3)$, sustituimos en la fórmula de la pendiente:

$$(x - x_1)m = (y - y_1)$$

$$(x - (-3))(-3) = (y - 3)$$

$$(x + 3)(-3) = (y - 3)$$

$$-3x - 9 = y - 3$$

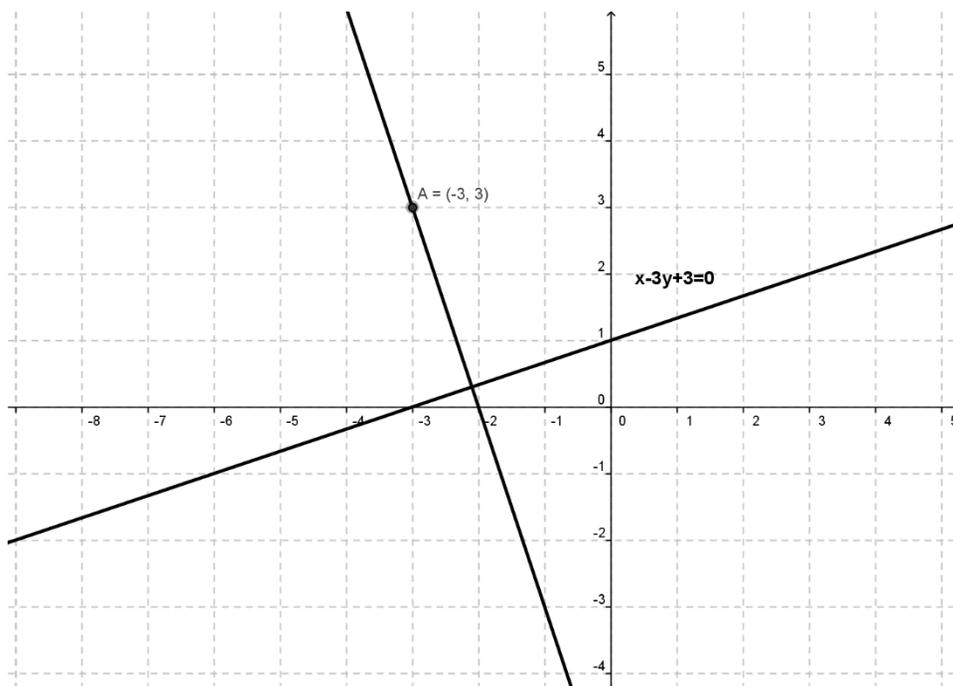
$$-3x - y - 9 + 3 = 0$$

$$-3x - y - 6 = 0$$

$$3x + y + 6 = 0$$

Que es la ecuación de la recta perpendicular.

Gráfica:



Ecuación de las Rectas Paralelas

Ejemplo 2

Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $2x + y - 10 = 0$, que pasa por el punto $(3, 6)$.

SOLUCIÓN

Igual que en el ejemplo anterior, para encontrar la pendiente de la recta cuya ecuación nos es dada, despejamos "y":

$$2x + y - 10 = 0$$

$$y = -2x + 10$$

La pendiente de la recta dada es: $m = -2$; por lo que la pendiente de cualquier recta perpendicular a ella es recíproca y de signo contrario a la encontrada al despejar "y":

$m = -2$ la pendiente de la recta perpendicular es: $m = \frac{1}{2}$

Con esta pendiente y además que sabemos que pasa por el punto $(3, 6)$, sustituimos en la fórmula de la pendiente:

$$(x - x_1)m = (y - y_1)$$

$$(x - 3)\left(\frac{1}{2}\right) = (y - 6)$$

$$(x - 3)(1) = (2)(y - 6)$$

$$x - 3 = 2y - 12$$

$$x - 2y - 3 + 12 = 0$$

$$x - 2y + 9 = 0$$

Ecuación de las Rectas Paralelas

Que es la ecuación de la recta perpendicular.

Gráfica:

