

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

EJEMPLOS

Después de haber visto el video, te invitamos a revisar los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1

Grafica la recta cuya ecuación está dada por:

$$x + y - 5 = 0$$

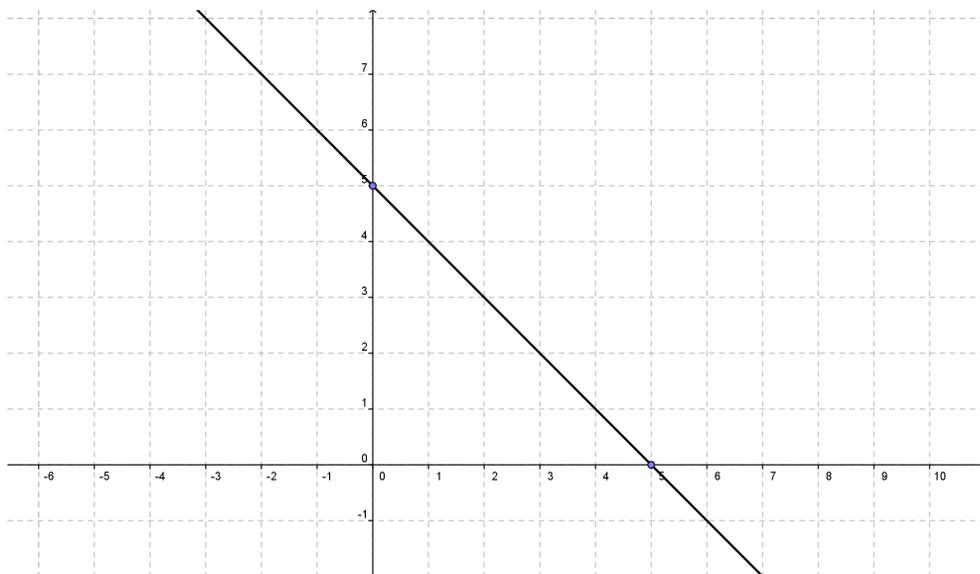
SOLUCIÓN

Si usamos uno de los métodos vistos anteriormente, dando valor a $x = 0$ y $y = 0$ tenemos:

Para $x = 0$	Para $y = 0$
$\begin{aligned}x + y - 5 &= 0 \\0 + y &= 5 \\y &= 5\end{aligned}$	$\begin{aligned}x + y - 5 &= 0 \\x + 0 &= 5 \\x &= 5\end{aligned}$

Obtenemos: $P_1(0,5)$ y $P_2(5,0)$

Graficando:



Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

Si en la ecuación de la recta dada: $x + y - 5 = 0$ pasamos el término independiente al miembro derecho:

$$x + y = 5$$

Si dividimos todo entre 5:

$$\frac{x + y}{5} = \frac{5}{5}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$$



Punto donde cruza con el eje "x"

Punto donde cruza con el eje "y"

Obtenemos una ecuación de la recta que se conoce como "simétrica" o "forma de las intersecciones", ya que en ella aparecen en los denominadores los valores donde se cruza la recta con los ejes; estos valores son los que conocemos como ordenada al origen $(0, b)$ y abscisa al origen $(a, 0)$.

En este caso $(a, 0)$ corresponde al $P_2(5, 0)$ y $(0, b)$ al $P_1(0, 5)$.

Ejemplo 2

Grafica la recta cuya ecuación está dada por: $5x + 2y + 10 = 0$

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

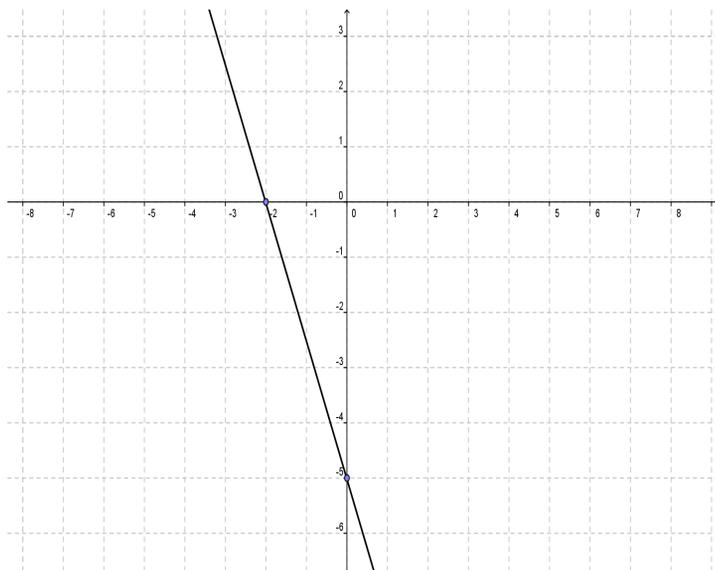
SOLUCIÓN

Si usamos uno de los métodos vistos anteriormente, dando valor a $x = 0$ y $y = 0$ tenemos:

Para $x = 0$	Para $y = 0$
$5x + 2y + 10 = 0$ $5(0) + 2y + 10 = 0$ $0 + 2y + 10 = 0$ $2y = -10$ $y = -\frac{10}{2}$ $y = -5$	$5x + 2y + 10 = 0$ $5x + 2(0) + 10 = 0$ $5x + 0 + 10 = 0$ $5x = -10$ $x = -\frac{10}{5}$ $x = -2$

Obtenemos: $P_1(0, -5)$ y $P_2(-2, 0)$

Graficando:



Si en la ecuación de la recta dada:

$$5x + 2y + 10 = 0$$

Pasamos el término independiente al miembro derecho:

$$5x + 2y = -10$$

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

Si dividimos todo entre -10 :

$$\frac{5x + 2y}{-10} = \frac{-10}{-10}$$

$$\frac{5x}{-10} + \frac{2y}{-10} = 1$$

$$\frac{\frac{5}{-10}x}{\frac{5}{5}} + \frac{\frac{2}{-10}y}{\frac{2}{2}} = 1$$

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{-5} = 1$$

Punto donde cruza con el eje "x"

Punto donde cruza con el eje "y"

Obtenemos una ecuación de la recta de la forma "simétrica"; podemos observar que en ella aparecen los denominadores, los valores donde se cruza la recta con los ejes; esto es, los valores que conocemos como *ordenada al origen* $(0, b)$ y *abscisa al origen* $(a, 0)$.

En este caso, la abscisa al origen, $(a, 0)$ corresponde a $P_2(-2, 0)$ y la ordenada al origen, $(0, b)$ al $P_1(0, -5)$.

Con estos dos ejemplos podemos deducir que la ecuación de la recta de la forma simétrica estará dada por:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Después de haber analizado lo anterior y llegado a la ecuación de la recta de la forma simétrica, te podrás dar cuenta que si conocemos los puntos por donde cruza la recta con los ejes del plano cartesiano, podemos graficar rápidamente así como también podemos obtener la ecuación de la recta que la define. Veamos los siguientes ejemplos.

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

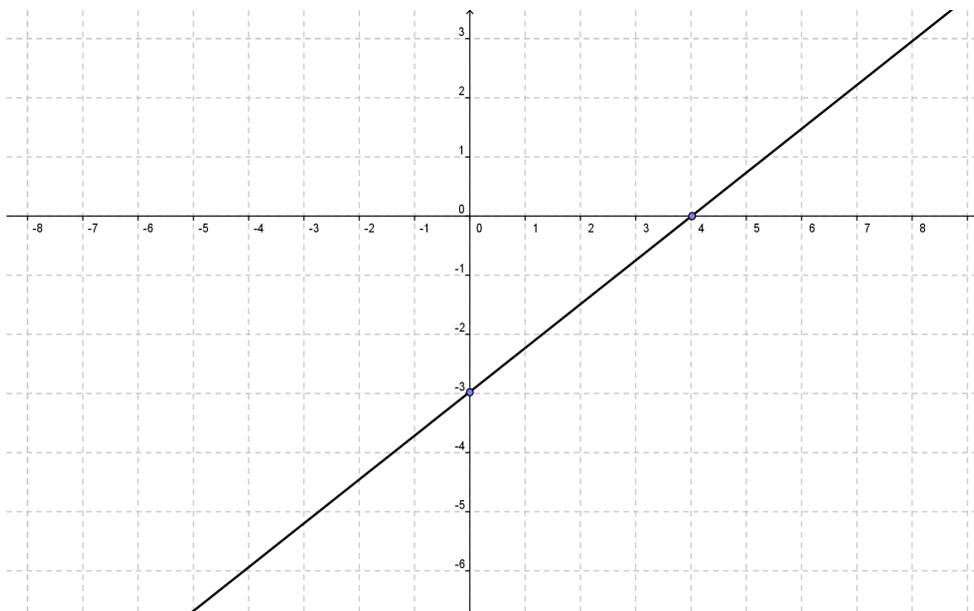
Ejemplo 3

Grafica la recta cuyos puntos por donde cruza en los ejes son: $a = 4$ y $b = -3$, establece la ecuación que la define.

Recordemos que “ a ” es donde cruza con el eje “ x ” y que “ b ” es donde cruza con el eje “ y ”.

SOLUCIÓN

Como conocemos los valores donde cruza la gráfica queda así:



La ecuación quedaría así:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1$$

Ejemplo 4

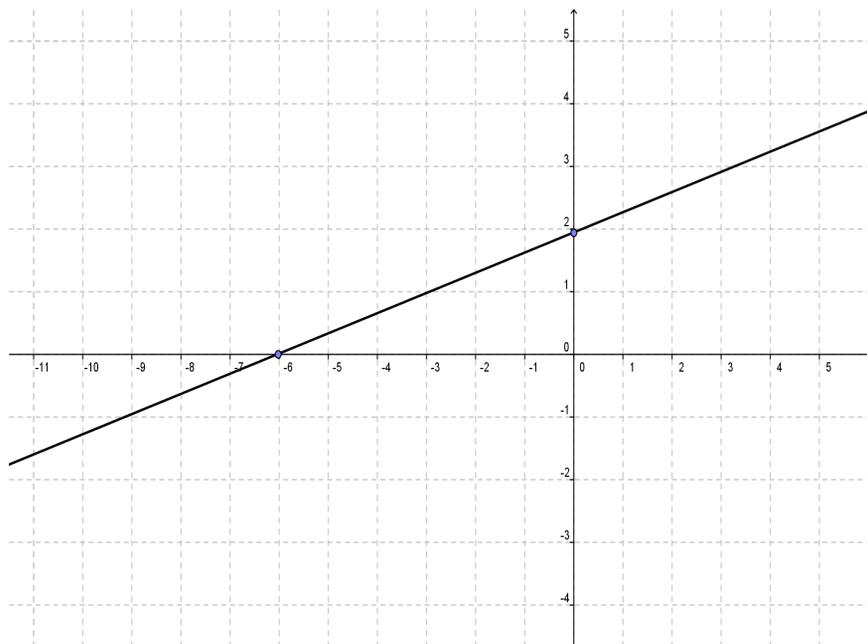
Grafica la recta cuyos puntos por donde cruza en los ejes son: $a = -6$ y $b = 2$, establece la ecuación que la define.

Nuevamente recordemos que “ a ” es donde cruza con el eje “ x ” y que “ b ” es donde cruza con el eje “ y ”.

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

SOLUCIÓN

Como conocemos los valores donde cruza la gráfica queda así:



La ecuación quedaría así:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{-6} + \frac{y}{2} = 1$$

Ejemplo 5

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,3) y cuya abscisa al origen es el doble de la ordenada al origen. Graficar dicha recta.

SOLUCIÓN

Como conocemos un punto por el que pasa la recta, (2,3) este punto corresponde a (x,y) de la ecuación de la recta, además nos indican que la abscisa al origen "a" es el doble de la ordenada al origen "b", podemos expresarlo algebraicamente como: $a = 2b$. Si sustituimos en la ecuación de la recta de la forma simétrica tenemos:

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{2}{2b} + \frac{3}{b} = 1$$

$$\frac{1}{b} + \frac{3}{b} = 1$$

$$\frac{1+3}{b} = 1$$

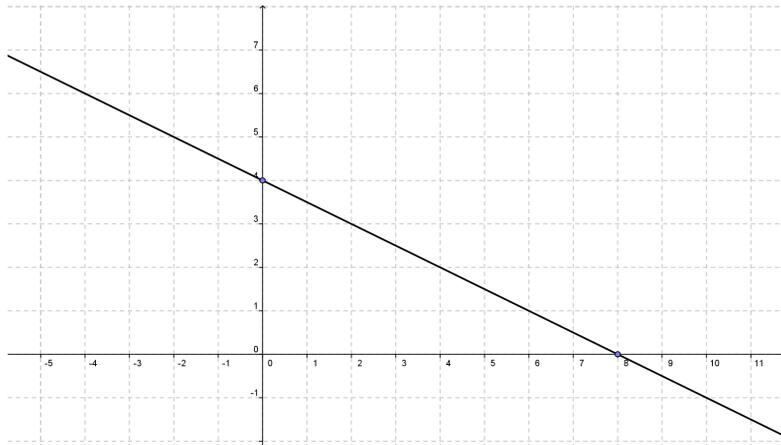
$$4 = b$$

Si $b = 4$, entonces como a es el doble de " b ", $a = 2(4) = 8$; por lo que la ecuación de la recta queda definida como:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$$

La gráfica es:



Ejemplo 6

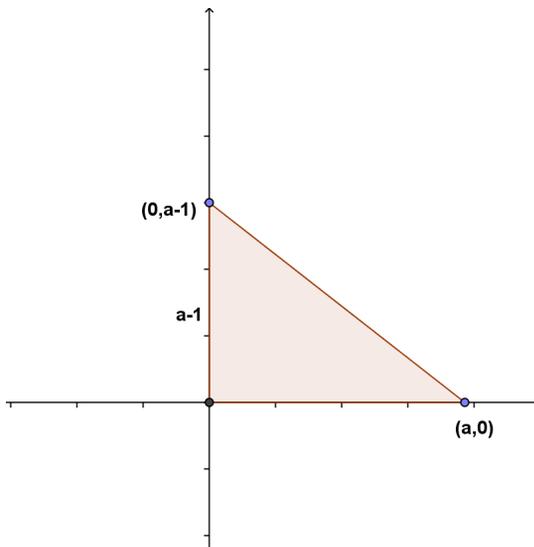
Una recta cuya ordenada al origen es una unidad menor que su abscisa al origen, forma un triángulo con los ejes coordenados de área igual a 6, ¿cuál es la recta que la define?, ¿Cuál es su gráfica?

SOLUCIÓN

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

En este caso no conocemos ningún punto por el que pasa la recta, solo sabemos que la ordenada al origen “ a ” es una unidad menor que la abscisa al origen “ b ” por lo que podemos expresarlo algebraicamente como: $b = a - 1$.

Las coordenadas de la abscisa al origen será: $(a, 0)$ y la ordenada al origen: $(0, a - 1)$ y como estas forman un triángulo con los ejes coordenados, uno de ellos es la base y el otro es la altura del triángulo; además nos dicen que el área de dicho triángulo es igual a 6, podemos escribir el área como:



$$A = \frac{(Base)(Altura)}{2}$$

$$A = \frac{a(a - 1)}{2}$$

$$6 = \frac{a^2 - a}{2}$$

$$12 = a^2 - a$$

$$a^2 - a - 12 = 0$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática y recordando lo que estudiaste en matemáticas 1:

$$(a + 3)(a - 4) = 0$$

De donde obtenemos dos soluciones que son: $a = -3$ y $a = 4$

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

Nos indica que tenemos dos triángulos que cumplen con la condición dada.

Triángulo 1:

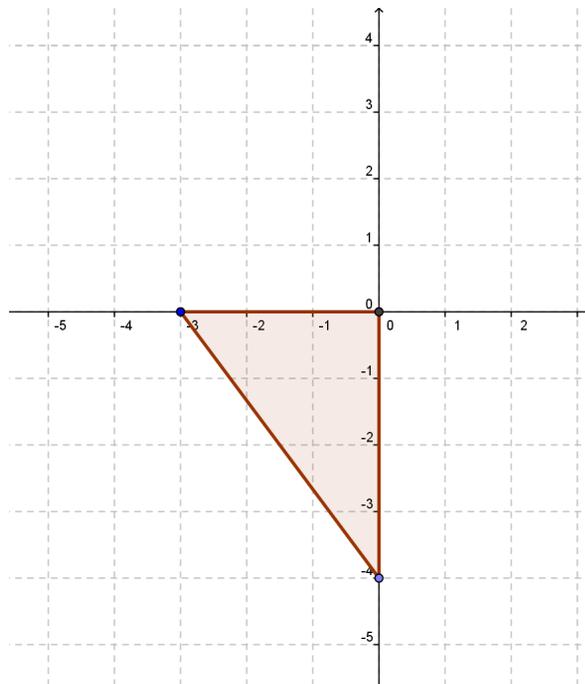
$a = -3$ por lo que $b = a - 1$, $b = -3 - 1$ entonces $b = -4$

La ecuación quedaría:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} = 1$$

Y la gráfica:



Triángulo 2:

Ecuación de la Recta de la Forma Simétrica

$a = 4$ por lo que $b = a - 1$, $b = 4 - 1$ entonces $b = 3$

La ecuación quedaría:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

Y la gráfica:

