

Ecuación de la Recta de la Forma General

Como ya te diste cuenta, la recta se puede representar de diferentes formas y cada una de esas formas tiene su manera muy particular de graficar o bien de interpretar la gráfica que la define.

Una de las formas más comunes es la de la forma general que está dada por:

$$Ax + By + C = 0$$

En esta ecuación, los coeficientes A, B y C pueden tomar el valor de cero, pero A y B no pueden ser cero al mismo tiempo.

En las formas de las ecuaciones anteriores te pudiste dar cuenta que representan ecuaciones de primer grado; es decir, el máximo exponente es uno y al graficarlas obtenemos una línea recta, de ahí el nombre de ecuaciones lineales.

Casos particulares de la ecuación de la recta de la forma general.

1) Si $B = 0$

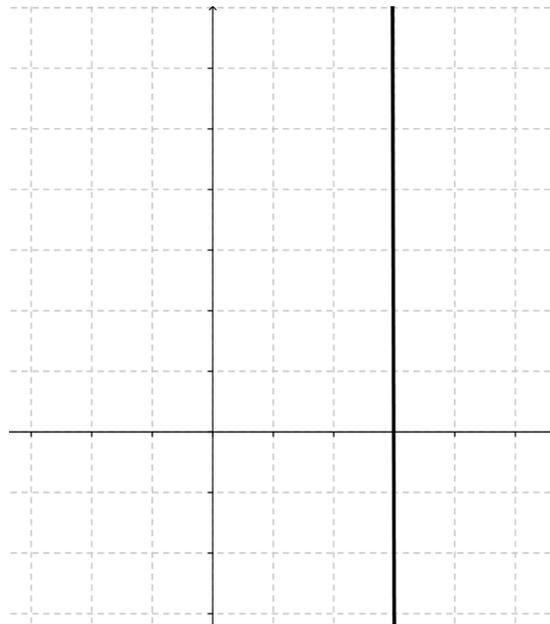
La ecuación queda:

$$Ax + C = 0$$

$$Ax = -C$$

$$x = -\frac{C}{A}$$

Que es la forma $x = \pm k$, donde k es un número real. Al graficar obtenemos una recta vertical; es decir, paralela al eje "y" y pasa por un valor dado de "x".



Ecuación de la Recta de la Forma General

2) Si $A = 0$

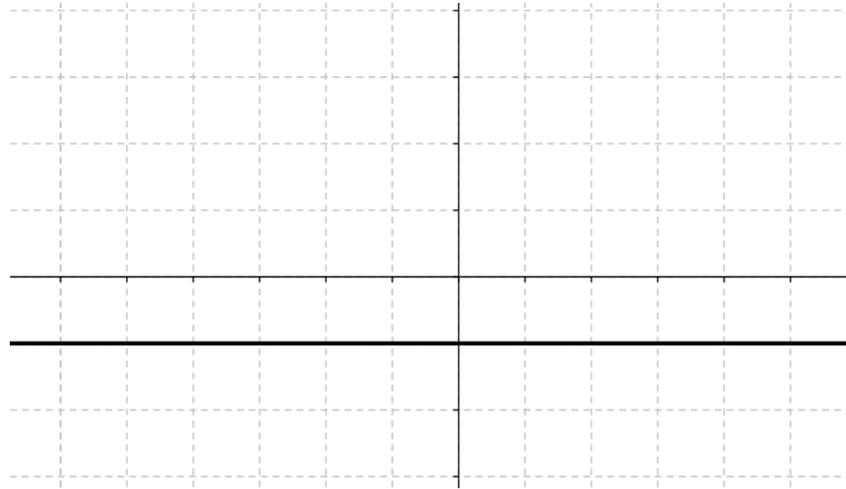
La ecuación queda:

$$By + C = 0$$

$$By = -C$$

$$y = -\frac{C}{B}$$

Que es la forma $y = \pm k$, donde k es un número real. Al graficar obtenemos una recta horizontal; es decir, paralela al eje "x" y pasa por un valor dado de "y".



3) Si $C = 0$

$$Ax + By = 0$$

$$y = -\frac{A}{B}x + 0$$

Que equivale a la ecuación de la recta de la forma pendiente - ordenada al origen donde $m = -\frac{A}{B}$ y la $b = 0$; es decir, pasa por el origen. Por lo que representa gráficamente una recta que pasa por el origen e inclinada a la derecha si la pendiente es positiva y una recta que pasa por el origen e inclinada a la izquierda si la pendiente es negativa.

Ecuación de la Recta de la Forma General

Ejemplo 1

Una recta cuya ecuación está dada por $4x + 3y - 6 = 0$, ¿cuál es la gráfica que la identifica?

SOLUCIÓN

Como ya vimos en un tema anterior de la ecuación de la recta de la forma pendiente - ordenada al origen, una de las formas más sencillas es despejar la "y", identificar la pendiente y la ordenada al origen y graficar.

$$4x + 3y - 6 = 0$$

$$3y = 0 - 4x + 6$$

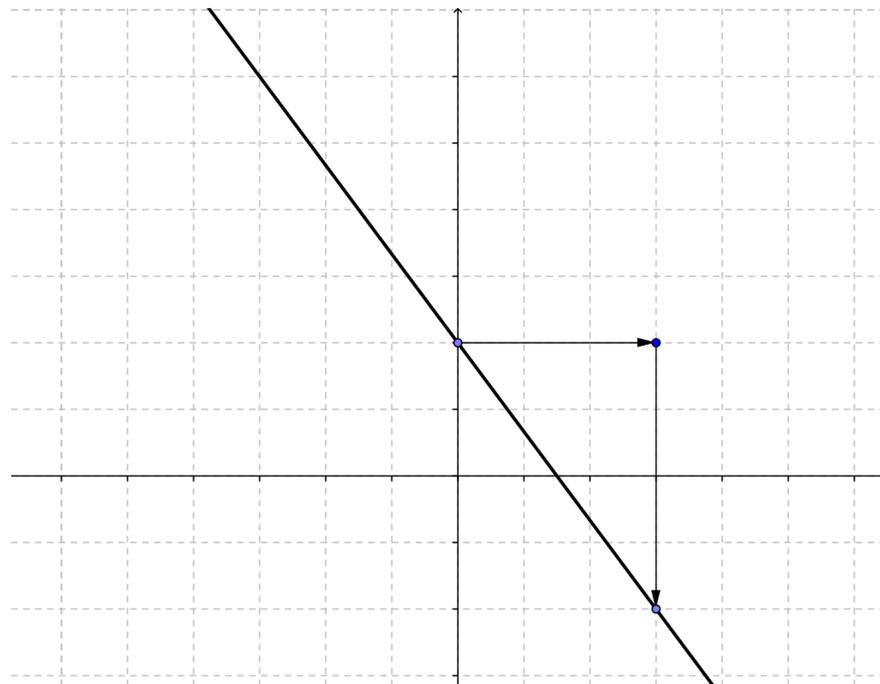
$$y = \frac{-4x + 6}{3}$$

$$y = \frac{-4}{3}x + \frac{6}{3}$$

$$y = \frac{-4}{3}x + 2$$

$$y = mx + b$$

Por lo que $m = -\frac{4}{3}$ y $b = 2$, la gráfica queda:



Ecuación de la Recta de la Forma General

Ejemplo 2

Una recta cuya ecuación está dada por $x - 5y + 10 = 0$, ¿cuál es la gráfica que la identifica?

SOLUCIÓN

Resolvemos igual que el ejemplo anterior:

$$x - 5y + 10 = 0$$

$$-5y = 0 - x - 10$$

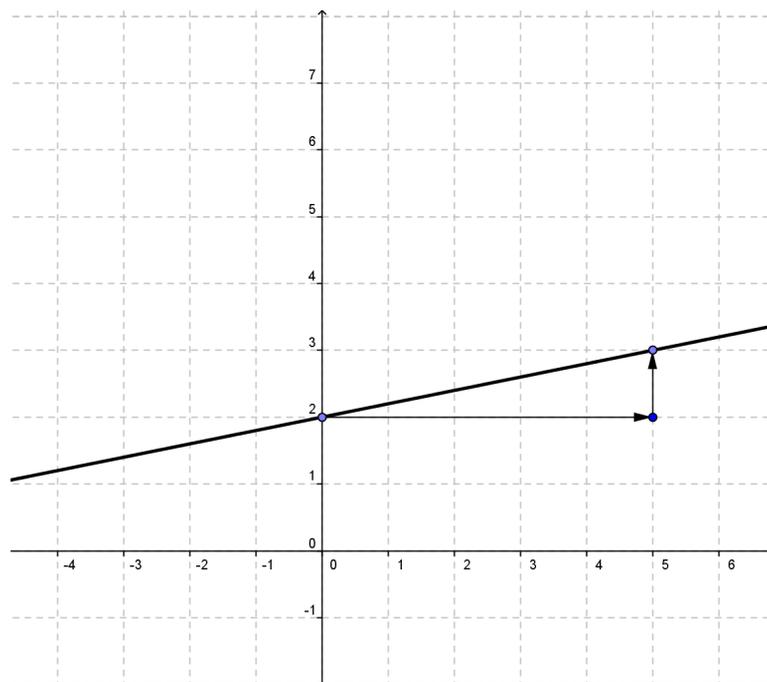
$$y = \frac{-x - 10}{-5}$$

$$y = \frac{-1}{-5}x - \frac{10}{-5}$$

$$y = \frac{1}{5}x + 2$$

$$y = mx + b$$

Por lo que $m = \frac{1}{5}$ y $b = 2$, la gráfica queda:



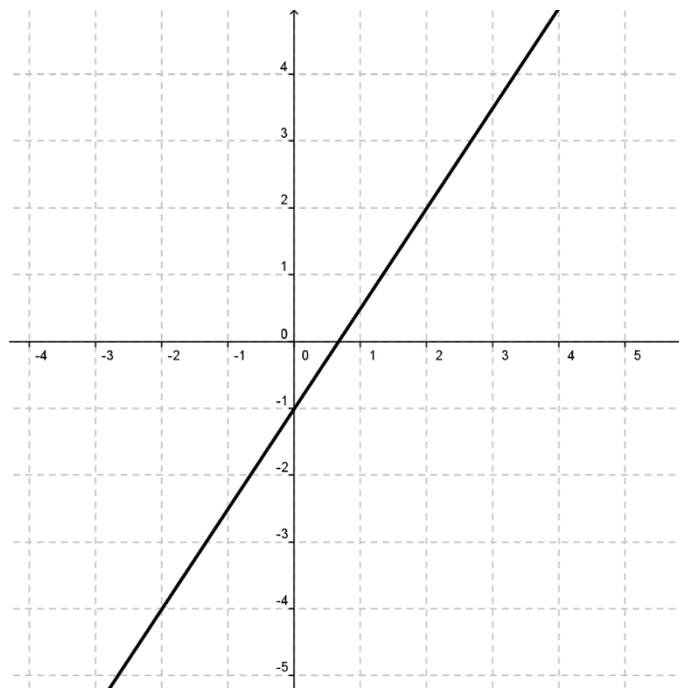
Ecuación de la Recta de la Forma General

Ejemplo 3

Dada la ecuación de la recta de la forma $y = \frac{3}{2}x - 1$, grafica y obtén la ecuación de la recta de la forma general.

SOLUCIÓN

Si observamos esta ecuación está de la forma pendiente- ordenada al origen ($y = mx + b$) donde $m = \frac{3}{2}$ y $b = -1$ cuya gráfica queda:



Para obtener la ecuación de la forma general:

$$y = \frac{3}{2}x - 1$$

$$2\left(y = \frac{3}{2}x - 1\right)$$

$$2y = 3x - 2$$

$$-3x + 2y + 2 = 0$$

$$3x - 2y - 2 = 0$$

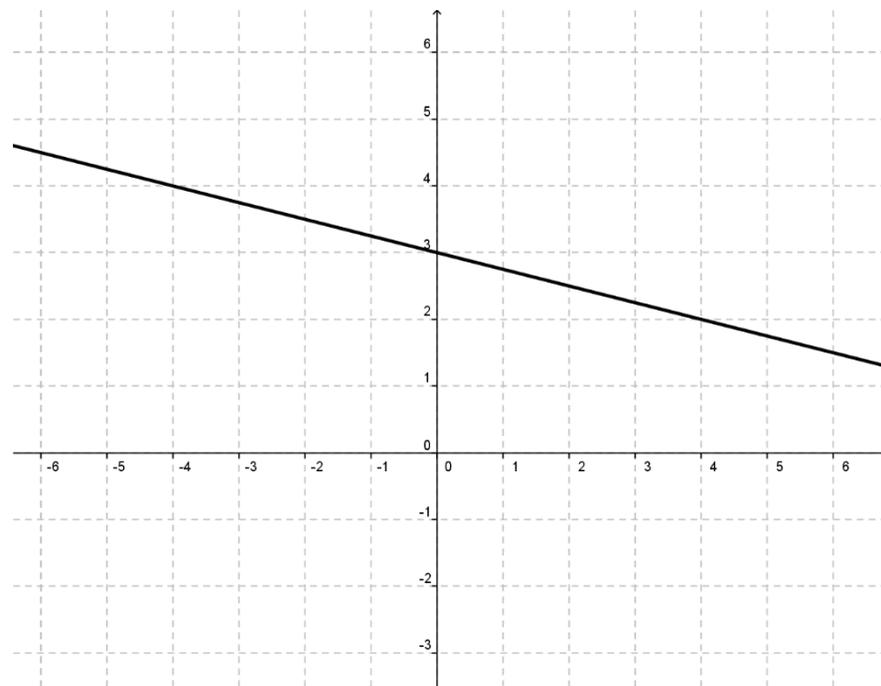
Ecuación de la Recta de la Forma General

Ejemplo 4

Dada la ecuación de la recta de la forma $y = -\frac{1}{4}x + 3$, grafica y obtén la ecuación de la recta de la forma general.

SOLUCIÓN

Si observamos esta ecuación, está de la forma pendiente- ordenada al origen ($y = mx + b$) donde $m = -\frac{1}{4}$ y $b = 3$ cuya gráfica queda:



Para obtener la ecuación de la forma general:

$$y = -\frac{1}{4}x + 3$$

$$4\left(y = -\frac{1}{4}x + 3\right)$$

$$4y = -x + 12$$

$$x + 4y - 12 = 0$$

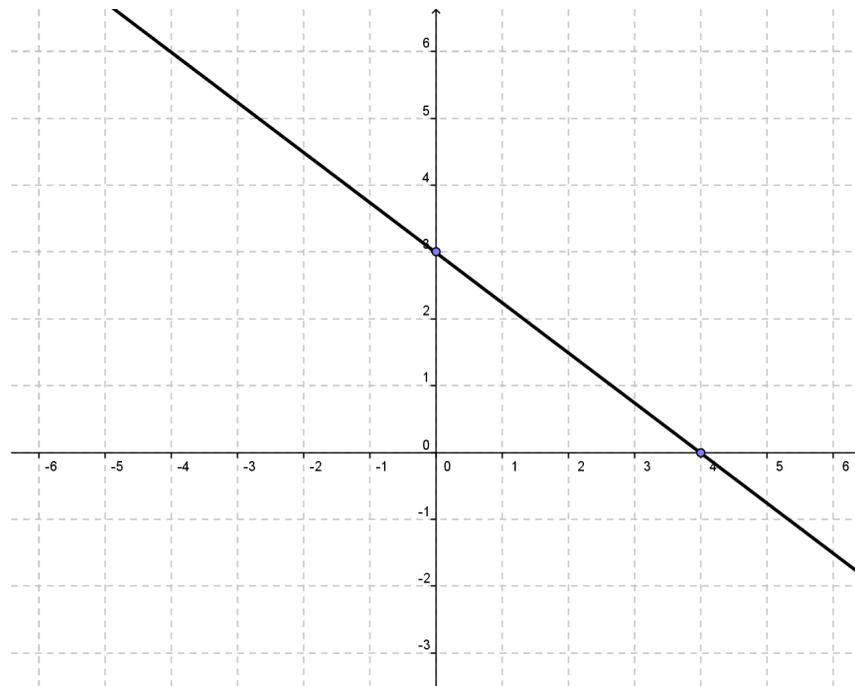
Ecuación de la Recta de la Forma General

Ejemplo 5

Dada la ecuación de la recta de la forma $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$, grafica y obtén la ecuación de la recta de la forma general.

SOLUCIÓN

Si observamos esta ecuación está de la forma simétrica ($\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$) donde $a = 4$ y $b = 3$ cuya gráfica queda:



Para obtener la ecuación de la forma general:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

$$12\left(\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1\right)$$

$$3x + 4y = 12$$

$$3x + 4y - 12 = 0$$

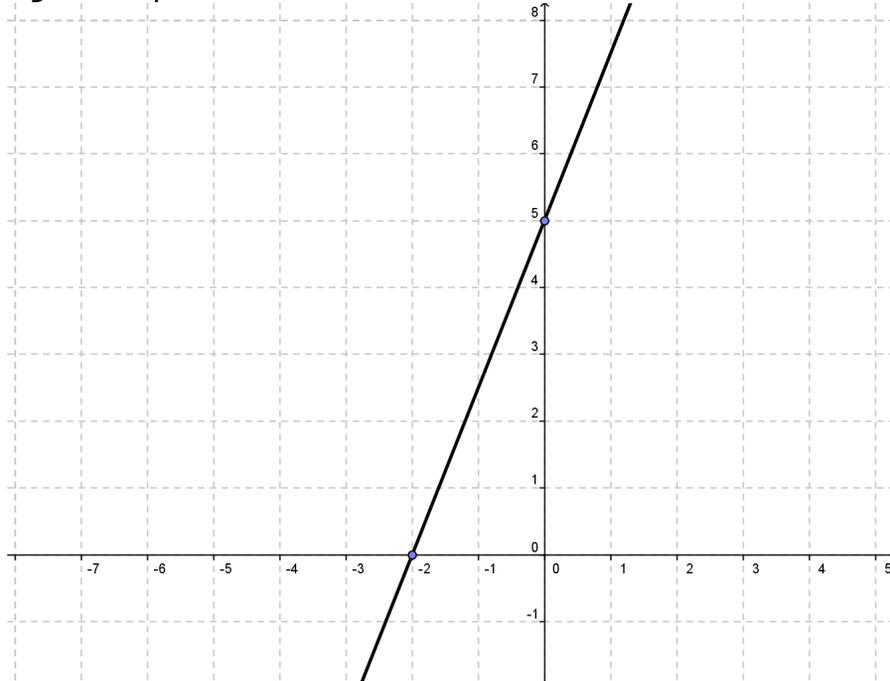
Ecuación de la Recta de la Forma General

EJEMPLO 6

Dada la ecuación de la recta de la forma $\frac{x}{-2} + \frac{y}{5} = 1$, grafica y obtén la ecuación de la recta de la forma general.

SOLUCIÓN

Igual que el ejemplo anterior esta ecuación está de la forma simétrica $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1\right)$, donde $a = -2$ y $b = 5$ cuya gráfica queda:



Para obtener la ecuación de la forma general:

$$\begin{aligned}\frac{x}{-2} + \frac{y}{5} &= 1 \\ 10\left(\frac{x}{-2} + \frac{y}{5} = 1\right) \\ -5x + 2y &= 10 \\ -5x + 2y - 10 &= 0 \\ 5x - 2y + 10 &= 0\end{aligned}$$