Regla de LAPLACE

La definición clásica de probabilidad o definición de Laplace establece que "La probabilidad de un suceso "a" es igual al cociente del número de casos favorables al suceso sobre el número total de casos posibles (caso es sinónimo de espacio muestral)". Casos equiprobables.

Por lo que el modelo matemático que lo representa es :

$$p = P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ total\ de\ casos\ posibles\ del\ experimento} = \frac{n}{s}$$

Pero, ¿cuál es el máximo valor que puede tener la probabilidad de un evento?

La respuesta es 1. Analicemos el por qué de este resultado.

Supongamos que una urna contiene 8 esferas de color roja. La probabilidad de sacar de la urna una esfera roja es 1; es decir, es un evento seguro, ya que el espacio muestral $s = 8$ y el número de casos favorables es 8 (todas son del mismo color).

$$p = P(A) = \frac{n}{s} = \frac{8}{8} = 1$$

Regla de LAPLACE

AXIOMAS Y PROPIEDADES DE PROBABILIDAD

1) Para todo evento A , $0 \leq P(A) \leq 1$, o bien $P(A) \geq 0$ PARA TODO $A \subseteq S$

   La probabilidad es positiva, menor o igual a 1 y mayor o igual a 0.

2) $P(S) = 1$ La probabilidad de un evento seguro es 1.

3) Si A y B son eventos mutuamente exclusivos, entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

4) Si $A_1, A_2, \ldots$ es una serie de eventos mutuamente exclusivos, entonces $P(A1 \cup A2 \cup \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots$

5) $P(\emptyset) = 0$ La probabilidad de un evento imposible es cero.

6) $P(A^C) = 1 - P(A)$

7) Si $A \subset B$, entonces $P(A) \leq P(B)$

8) Si A y B son dos eventos, entonces $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A) - P(A \cap B)$

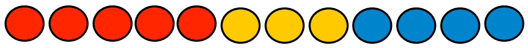
9) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Ejemplos Guiados

1. Una urna contiene 5 bolas rojas, 3 amarillas y 4 azules; determinar la probabilidad al sacar una bola, sea:

a) Roja

Datos:

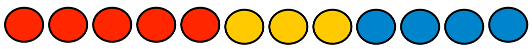
$s = \{$  $\} = 12\ esferas$

$n\ =\ 5$

$$p = P(R) = \frac{n}{s} = \frac{5}{12} = 0.416$$

b) Amarilla

Datos

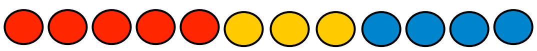
$s = \{$  $\} = 12\ esferas$

n = 3

$$p = P(A) = \frac{n}{s} = \frac{3}{12} = 0.25$$

c) Azul

Datos

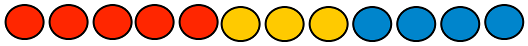
$s = \{$  $\} = 12\ esferas$

n = 4

$$p = P(A) = \frac{n}{s} = \frac{4}{12} = 0.33$$

d) Que no sea roja

Datos

$s\ =\{$  $\} = 12\ esferas$

$n\ =\ 7$

$P(R) = 0.416$

$$p = P(D) = \frac{n}{s} = \frac{7}{12} = 0.583$$

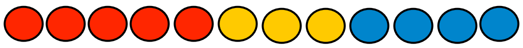
O bien, utilizando el complemento :

$$P(R^C) = 1 - P(R)$$

$$P(R^C) = 1 - 0.416 = 0.58$$

e) Que no sea amarilla

Datos

$s = \{$  $\} =\ 12\ esferas$

$n\ =\ 9$

$P(A) =\ .25$

$$p = P(A) = \frac{n}{s} = \frac{9}{12} = 0.75$$

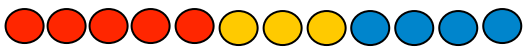
O bien, utilizando el complemento:

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

$$P(A^C) = 1 - 0.25 = 0.75$$

f) Que sea roja y amarilla.

Recuerda que el conector "y" representa intersección.

$s = \{$  $\} = 12\ esferas$

$R\ \cap\ Y\ =\ 0$

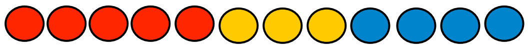
$$p = P(A \cap B) = \frac{n}{s} = \frac{0}{12} = \Phi$$

Es un evento imposible, ya que solo se nos permite sacar una esfera.

g) Que sea azul o amarilla.

Recuerda que el conector “*o*” es unión.

Datos:

$s = \{$  $\} = 12\ esferas$

$A \cup a = 7$ azules o amarillas.

$P(Azules) = 0.33$

$P(amarillas) = 0.25$

$$p = P(AUB) = \frac{n}{s} = \frac{7}{12} = 0.583$$

También podemos utilizar la propiedad:

$$P(AUB) = P(Azul) + P(amarilla)$$

$$P(AUB) = 0.33 + 0.25 = 0.58$$

Se puede utilizar cualesquiera de los dos razonamientos.

2. Supongamos que lanzamos al aire 2 dados al mismo tiempo. Calcular la probabilidad de que:
a) Los resultados sean números impares:

Al lanzar los dos dados obtendremos en cada lanzamiento dos resultados, los cuales se encuentran registrados en el siguiente espacio muestral.

Datos:

$$s = \begin{Bmatrix} (1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6) \\ (2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,5)(2,6) \\ (3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6) \\ (4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6) \\ (5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6) \\ (6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) \end{Bmatrix} = 36 \text{ resultados posibles.}$$

$S =$ 36 resultados diferentes; el caso es sobre los dos resultados impares.

$$n = \begin{Bmatrix} (1,1)(1,3)(1,5) \\ (3,1)(3,3)(3,5) \\ (5,1)(5,3)(5,5) \end{Bmatrix} = 9 \text{ casos en que ambos resultados sean impares.}$$

$$p = P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ total\ de\ casos\ posibles\ del\ experimento} = \frac{n}{s} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0.25$$

b) Que los resultados sean pares:

Datos:

$$s = \begin{Bmatrix} (1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6) \\ (2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,5)(2,6) \\ (3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6) \\ (4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6) \\ (5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6) \\ (6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) \end{Bmatrix} = 36 \text{ resultados posibles.}$$

$$n = \begin{Bmatrix} (2,2)\ (2,4)(2,6) \\ (4,2)\ (4,4)(4,6) \\ (6,2)\ (6,4)(6,6) \end{Bmatrix} = 9 \text{ casos en que ambos resultados sean pares.}$$

$$p = P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ total\ de\ casos\ posibles\ del\ experimento} = \frac{n}{s} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0.25$$

c) De que sean pares o impares.

Datos:

$$s = \begin{Bmatrix} (1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6) \\ (2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,5)(2,6) \\ (3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6) \\ (4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6) \\ (5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6) \\ (6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) \end{Bmatrix} = 36 \text{ resultados posibles.}$$

Recuerda, el conectivo "o" es UNIÓN.

$A \cup B =$

$$P(AUB) = P(pares) + P(impares) = 0.25 + 0.25 = 0.50$$

d) De que los resultados sean par e impar.

Datos:

$$s = \begin{Bmatrix} (1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6) \\ (2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,5)(2,6) \\ (3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6) \\ (4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6) \\ (5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6) \\ (6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) \end{Bmatrix} = 36 \text{ resultados posibles.}$$

$AUB = 0.50$

$$P(AUB)^{C} = 1 - P(AUB)$$

$$P(AUB)^{C} = 1 - P(0.5) = 0.50$$