División

El cociente de dos fracciones algebraicas es otra fracción algebraica donde:

- El numerador es igual al producto del numerador de la primera fracción a dividir por el denominador de la segunda fracción a dividir.
- El denominador es igual al producto del denominador de la primera fracción a dividir por el numerador de la segunda fracción a dividir.

Para facilitar las multiplicaciones que se deben realizar para dividir las fracciones algebraicas, se factorizan los numeradores y denominadores de las fracciones que se van a dividir.

Ejemplo 1. Dividir la fracción algebraica $\frac{b^2-6b+5}{b^2-15b+56}$ entre $\frac{b^2+2b-35}{b^2-5a-24}$.

$$\left(\frac{b^2-6b+5}{b^2-15b+56}\right) \div \left(\frac{b^2+2b-35}{b^2-5a-24}\right) =$$

Para facilitar las operaciones, se factorizan los numeradores y denominadores de las fracciones

Primera Fracción	Segunda Fracción
Numerador $= b^2-6b+5 = (b-1)(b-5)$	Numerador $= b^2+2b-35 = (b+7)(b-5)$
Denominador $= b^2-15b+56 = (b-7)(b-8)$	Denominador $= b^2-5b-24 = (b-8)(b+3)$

División

Reescribiendo la división con las factorizaciones que se hicieron, tenemos que:

$$\left(\frac{b^2-6b+5}{b^2-15b+56}\right) \div \left(\frac{b^2+2b-35}{b^2-5a-24}\right) = \frac{(b-1)(b-5)}{(b-7)(b-8)} \div \frac{(b+7)(b-5)}{(b-8)(b+3)}$$

Ahora se realiza la división:

Resultado de la multiplicación del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción.

$$\frac{(b-1)(b-5)}{(b-7)(b-8)} \div \frac{(b+7)(b-5)}{(b-8)(b+3)} = \frac{(b-1)(b-5)(b-8)(b+3)}{(b-7)(b-8)(b+7)(b-5)}$$

Resultado de la multiplicación del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción.

Luego se eliminan los factores comunes, que son aquellos que aparecen tanto en el denominador como en el numerador.

$$= \frac{(b-1)\cancel{(b-5)}\cancel{(b-8)}(b+3)}{(b-7)\cancel{(b-8)}(b+7)\cancel{(b-5)}} = \frac{(b-1)(b+3)}{(b-7)(b+7)} = \frac{b^2+2b-3}{b^2-49}$$

División

En la segunda fracción no se factoriza el numerador ni denominador, porque ya están en su mínima expresión.

Reescribiendo la división con las factorizaciones que se hicieron, tenemos que:

$$\left(\frac{(c-3)(c+3)}{2g(g^2+1)2g(g^2+1)}\right) \div \left(\frac{c+3}{g^2+1}\right) =$$

Ahora se realiza la división:

Resultado de la multiplicación del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción.

$$\frac{(c+3)(c-3)}{2g^2(g+1)} \div \frac{c+3}{g^2+1} = \frac{(c+3)(c-3)(g^2+1)}{2g(g^2+1)(c+3)}$$

Resultado de la multiplicación del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción.

División

Luego se eliminan los factores comunes que son aquellos que aparecen tanto en el denominador como en el numerador.

$$= \frac{\cancel{(c+3)}(c-3)\cancel{(g^2+1)}}{2g\cancel{(g^2+1)}\cancel{(c+3)}} =$$

El resultado de la división es:

$$\left(\frac{(c-3)(c+3)}{2g(g^2+1)2g(g^2+1)}\right) \div \left(\frac{c+3}{g^2+1}\right) = \frac{(c-3)}{2g}$$