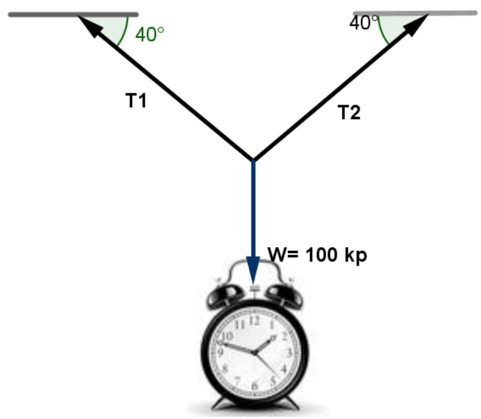
Método Análitico: Método de las Componentes

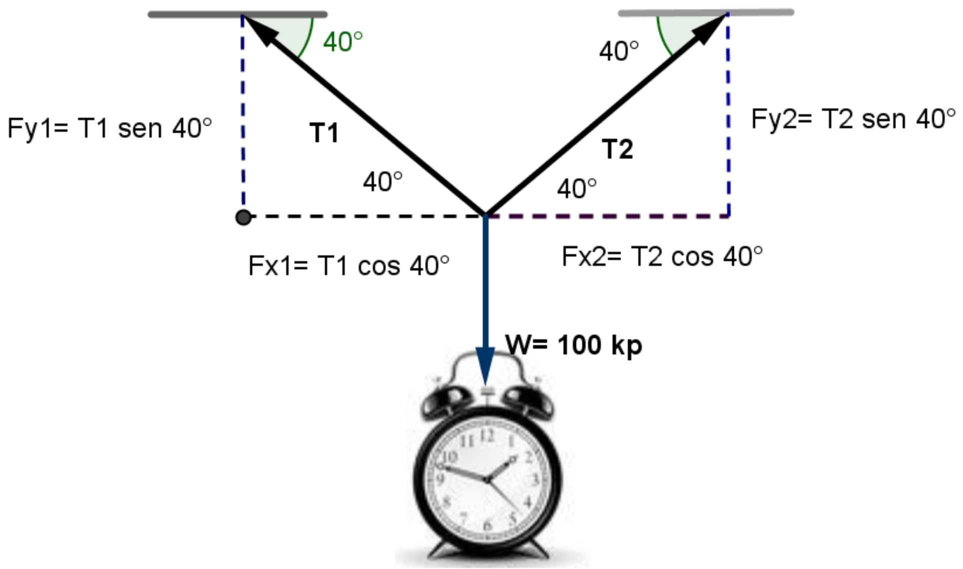
EJEMPLO GUIADO 1

Cuando los ángulos son iguales:

De acuerdo a la siguiente figura, calcula la tensión en las cuerdas si el cuerpo está en equilibrio.



El diagrama de cuerpo libre es:



Método Análitico: Método de las Componentes

Los ángulos miden lo mismo por ser ángulos alternos internos.

De acuerdo a la primera condición del equilibrio se debe cumplir que $\Sigma\, Fx = 0$ y $\Sigma Fy = 0$

Recuerda que para calcular las componentes se utiliza $Fx = F \cos \Theta$ y $Fy = F \text{ sen } \Theta$ tal y como se muestra en el diagrama anterior:

Si realizamos suma de **Fx** se obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$\Sigma Fx = - T_1 \cos 40^{o} + T_2 \cos 40^{o} = 0$

$T_2 \cos 40^{o} = T_1 \cos 40^{o}$

De donde se deduce que

$\mathbf{T_2 = T_1}$

Si realizamos suma de **Fy** obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$\Sigma Fy = T_2 \text{ sen } 40^{o} + T_1 \text{ sen } 40^{o} - 100 \text{ kp} = 0$

$\Sigma Fy = T_1 \text{ sen } 40^{o} + T_2 \text{ sen } 40^{o} = 100 \text{ kp}$

y como $\mathbf{T_2 = T_1}$

$T_1 \text{ sen } 40^{o} + {}_{T1} \text{ sen } 40^{o} = 100 \text{ kp}$

$2\, T_1 \text{ sen } 40^{o} = 100 \text{ kp}$

Despejando T_1

$T_1 = \frac{100\, kp}{2\, sen\, 40°}$

Sustituyendo :

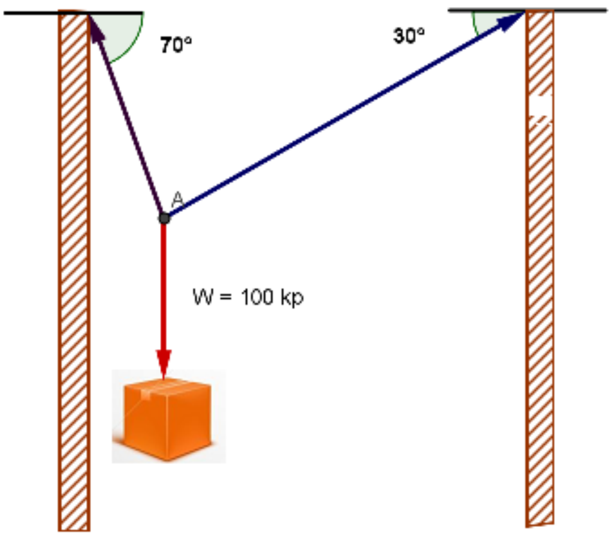
$T_1 = 77.78$ kp y por ende $T_2 = 77.78$ kp

El valor de las tensiones es de 77.78 Kp

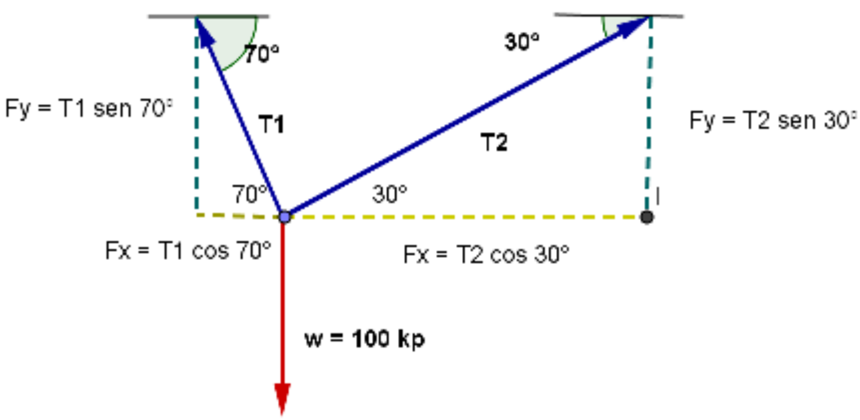
EJEMPLO GUIADO 2

Cuando los ángulos NO son iguales:

Un peso de 100 Kp pende de 2 cuerdas T_1 y T_2, como muestra la figura. Si está en equilibrio, calcula la tensión en cada una de las cuerdas.



El diagrama de cuerpo libre es:



$$\Sigma F = 0$$

Método Análitico: Método de las Componentes

Si realizamos ΣFx se obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$\Sigma Fx = -T_1 \cos 70^o + T_2 \cos 30^o = 0$

$T_2 \cos 70^o = T_1 \cos 70^o$

De donde se deduce que

$$T_2 = \frac{T1 \cos 70°}{Cos\ 30°}$$

Si realizamos ΣFy obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$\Sigma Fy = T_1 \text{ sen } 70^o + T_2 \text{ sen } 30^o - 100 \text{ kp} = 0$

$\Sigma Fy = T_1 \text{ sen } 70^o + \frac{T1cos70°}{Cos30°}(\text{ sen } 30^o) = 100 \text{ kp}$

factorizando

$$T_1\left(\text{sen } 70° + \frac{\cos 70°}{\cos 30°}(\text{sen } 30°)\right) = 100 \text{ kp}$$

Despejando T_1

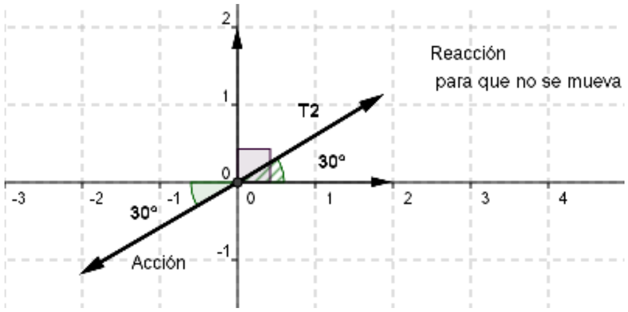
$$T_1 = \frac{100\ kp}{sen\ 70° + \frac{\cos 70°(sen\ 30°)}{\cos 30°}}$$

Sustituyendo :

$$T_1 = \frac{100\ kp}{0.9397 + 0.1975} = \frac{100\ kp}{1.1371} = 87.94 \text{ kp}$$

De donde T1 = 87.93 kp y al sustituir:

$$T_2 = \frac{T1cos70°}{Cos30°} = \frac{87.94kpcos70°}{cos30°} = 34.73kp$$



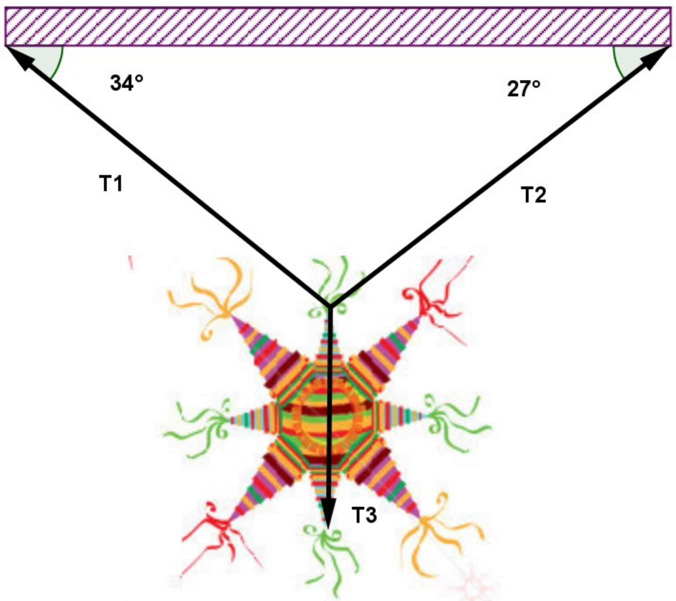
Acción = Reacción si existe equilibrio

Respuesta T_1 = 87.94 kp y T_2 = 34.73 kp

Método Análitico: Método de las Componentes

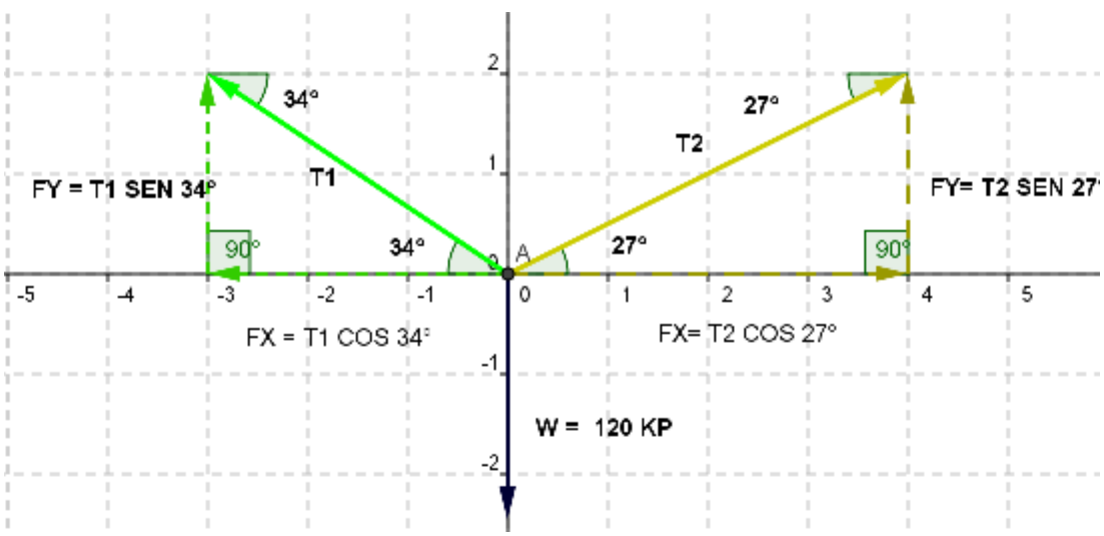
EJEMPLO GUIADO 3

Una piñata que pesa 400 Nw cuelga del extremo de dos cuerdas, como se muestra en la figura. Calcula las tensiones en las cuerdas T1, T2 y T3; el peso de la piñata es de 120 kp, se desprecia el peso de la barra.



T3=W = 120

El diagrama de cuerpo libre será:



$\Sigma F = 0$

Método Análitico: Método de las Componentes

Si realizamos ΣFx se obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$$\Sigma Fx = -T_1 \cos 34^o + T_2 \cos 27^o = 0$$

$$T_2 \cos 27^o = T_1 \cos 34^o$$

De donde se deduce que

$$T_2 = \frac{T1 \cos 34°}{Cos\ 27°}$$

Si realizamos ΣFy obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$$\Sigma Fy = T_1 \text{ sen } 34^o + T_2 \text{ sen } 27^o - 120 \text{ kp} = 0$$

$$\Sigma Fy = T_1 \text{ sen } 34^o + \frac{T1 cos34°}{Cos27°}(\text{ sen } 27^o) = 120 \text{ kp}$$

factorizando

$$T_1\left(\text{sen } 34° + \frac{\cos 34°}{\cos 27°}(\text{sen } 27°)\right) = 120 \text{ kp}$$

Despejando T_1

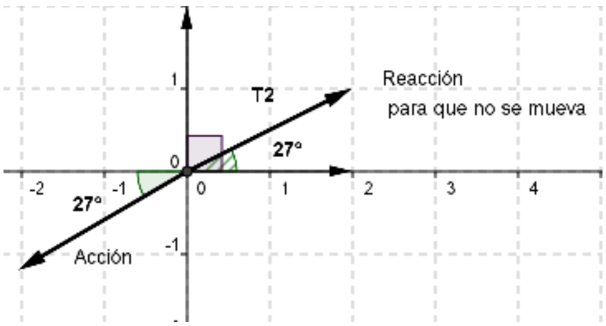
$$T_1 = \frac{120\ kp}{sen\ 34° + \frac{\cos 34°(sen\ 27°)}{\cos 27°}}$$

Sustituyendo :

$$T_1 = \frac{120\ kp}{0.5592+0.4224} = \frac{120\ kp}{0.9816} = 122.24 \text{ kp}$$

De donde T1 = 122.24 kp y al sustituir:

$$T_2 = \frac{T1 cos70°}{Cos30°} = \frac{122.24 kp cos34°}{cos27°} = 113.74 kp$$

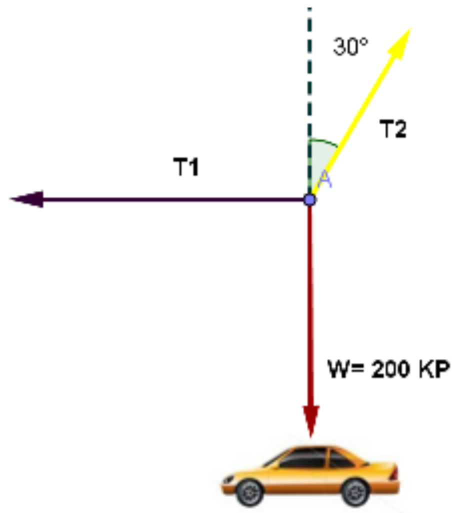


Acción = Reacción si existe equilibrio

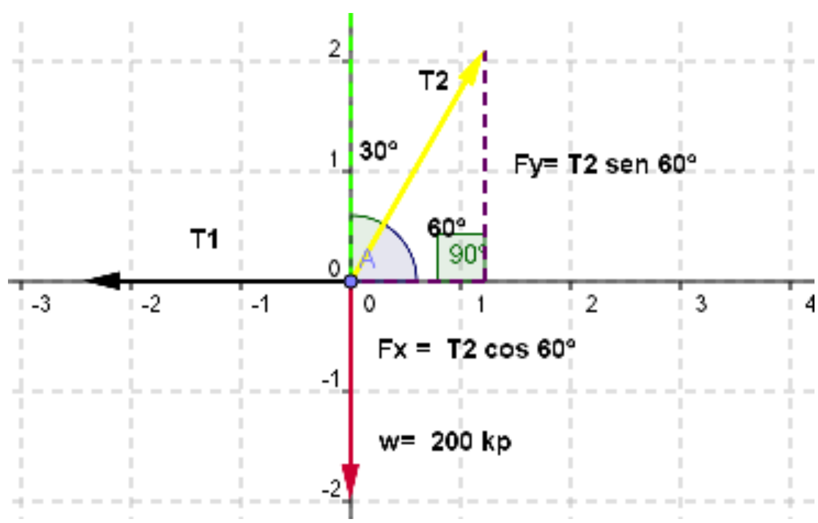
Respuesta T_1 = 122.24 kp y T_2 = 113.74 kp

EJEMPLO GUIADO 4

Un coche de 200 kp se mantiene en equilibrio suspendido de dos cuerdas, como se muestra en la figura. Una de las cuerdas tira en dirección horizontal y la otra forma un ángulo de 30° con la vertical. Calcular la tensión en las cuerdas.



El diagrama de cuerpo libre será:



$$\sum F = 0$$

Si realizamos ΣFx se obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$\Sigma Fx = -T_1 \cos 0^o + T_2 \cos 60^o = 0$

$T_2 \cos 60^o = T_1 \cos 0^o$

De donde se deduce que

$$T_2 = \frac{T1 \cos 0°}{Cos\ 60°} = \frac{T1(1)}{\cos 60°} = \frac{T1}{\cos 60°}$$

Si realizamos ΣFy obtiene:

(Utilizaremos los signos de los ejes cartesianos)

$\Sigma Fy = T_2 \text{ sen } 60^o - 200 \text{ kp} = 0$

$\Sigma Fy = \frac{T1}{\cos 60°} (\text{ sen } 60^o) = 200 \text{ kp}$

factorizando

$\frac{T1(\text{sen } 60°)}{\cos 60°} = 200 \text{ kp}$

Despejando T_1

$$T_1 = \frac{200\ kp\ (\cos 60°)}{(sen\ 60°)}$$

Sustituyendo :

$$T_1 = \frac{100\ kp}{0.8660} = 115.47 kp$$

De donde T1 = 115.47 kp y al sustituir:

$$T_2 = \frac{T1}{\cos 60°} = \frac{115.47kp}{0.5} = 230.94kp$$

Respuesta T_1 = 115.47 kp y T_2 = 230.94 kp

a) **Método analítico: Ley de Lamy**

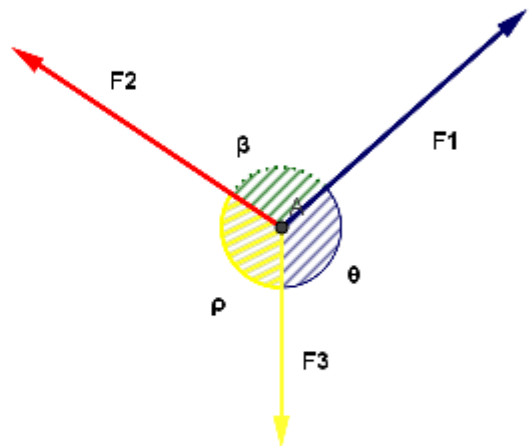
Este teorema fue enunciado por Bernardo Lamy en 1715 y establece:

“Si tres fuerzas coplanares (que pertenecen a un mismo plano) están equilibradas, entonces la magnitud de cada una es directamente proporcional al seno del ángulo opuesto”.

Método Análitico: Método de las Componentes

Es decir, si en un sistema de fuerzas que pertenecen a un mismo plano y además son concurrentes, dichas fuerzas están equilibradas, el vector resultante es igual a cero.

Y cada una de dichas fuerzas es directamente proporcional al seno del ángulo formado por los otros dos. Veámoslo gráficamente:



$$\frac{F1}{sen\,\rho} = \frac{F2}{sen\,\theta} = \frac{F3}{sen\,\beta}$$

El cual es aplicable y nos permite resolver problemas de estática; de manera más sencilla que el método de componentes, obtenemos los mismos resultados pero de una maner más práctica. No olvides, solo es aplicable si las tres fuerzas están aplicadas a un mismo punto y además se encuentra en equilibrio.

Resolvamos los mismos ejemplos guiados en los cuales se explicó el metodo de las componentes, pero ahora aplicando este teorema de Lamy, el cual es una consecuencia de la ley de senos.