VECTORES: ORTONORMALES Y ORTOGONALES

Vector:
Segmento de una línea recta dotado de un sentido, es decir, orientado dentro de un plano bidireccional o tridimensional

En términos sencillos, el vector es la dirección hacia la cual se mueve un objeto en el espacio. Su representación gráfica consiste en una flecha, cuya punta va dirigida en dirección a la magnitud del estudio.

La física distingue entre magnitudes escalares y magnitudes vectoriales. Mientras que las magnitudes escalares se expresan con un número (como la masa, el volumen, la temperatura), las magnitudes vectoriales necesitan, además, dirección y sentido (por ejemplo, al dar la dirección de un lugar o el desplazamiento de un avión).

Para poder representar un vector en un espacio tridimensional se utiliza un sistema de coordenadas que nos permite definir la dirección y la magnitud del vector. En este sistema de coordenadas se define el sentido vector que nos indica hacia dónde se mueve el objeto en relación con un punto de referencia.

El vector puede colocarse sobre el sistema de coordenadas en el cual se traza la flecha con cierta longitud y dirección con respecto a este plano. Estos vectores que se encuentran contenidos en un espacio bidimensional (como se muestra en la Figura 1) pueden tener 1 o 2 componentes, donde los componentes serán proyecciones del vector sobre los ejes de coordenadas que forman al plano cartesiano.

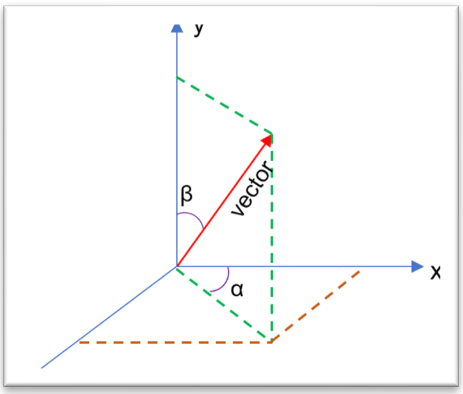

Figura 1.
Vector representado en un espacio

Para trazar el vector es necesario elegir una escala en la que una unidad de la escala corresponda a una unidad del vector. Así, por ejemplo, si queremos representar un vector cuya magnitud sea 10 y tenga una dirección de 47° con respecto al eje x, podemos elegir una escala longitudinal en la que cada centímetro represente una unidad del vector y con la ayuda de una regla y un transportador trazar una flecha de 10 cm de longitud y con 47° de inclinación con respecto a uno de los ejes de coordenadas.

Las partes del vector son:

- **Punto de Aplicación:** Es el punto en el espacio donde se sitúa el origen del vector. Representa el lugar desde el cual se mide la magnitud y dirección del vector.
- **Sentido:** La dirección en la cual actúa. Se describe mediante palabras como «norte» o «hacia la derecha» o utilizando coordenadas y ángulos.
- **Módulo** o **Magnitud:** Es la longitud del vector. Representa la cantidad escalar que indica la intensidad o tamaño del vector.
- **Dirección:** Es la línea recta en la cual actúa el vector. Puede describirse mediante un ángulo con respecto a un eje de referencia o usando coordenadas.

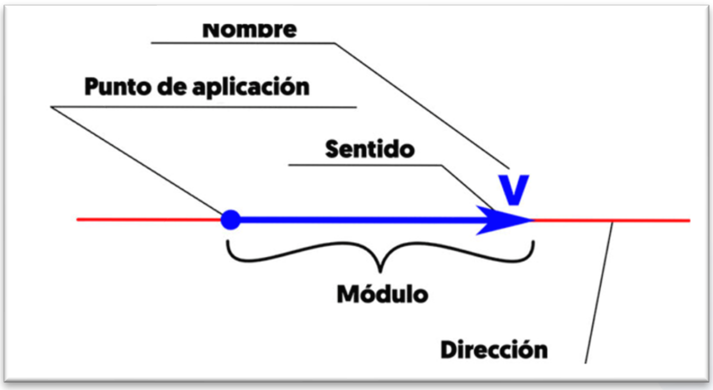

Figura 2.
Partes de un vector.

VECTORES ORTOGONALES

Dos **vectores** son **ortogonales** si su **producto escalar** es **cero**. Es decir:

$$\cdot\vec{v} = 0 \quad u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 = 0$$

Ejemplo

Sean $=(3{,}0)$, $=(5{,}5)$ veamos si son ortogonales.

Calculamos su producto escalar $\cdot\vec{v} = 3 \cdot 5 + 0 \cdot 5 \neq 0$ y concluimos que **no** son perpendiculares/ortogonales.

VECTORES ORTONORMALES

Dos vectores son **ortonormales** si cumplen con los dos siguientes puntos:

- Su producto escalar es cero.
- Los dos vectores son unitarios.

Es decir:

1 $\cdot\vec{j} = 0$

2 $\text{———} = \text{———} = 1$

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = 1$$

3 $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{i} = 0$

Ejemplo 1.

Calcula el valor de m para que los vectores $=(1,\ \mathrm{m})$ y $=(-4,\ \mathrm{m})$ sean ortogonales.

$$\cdot\vec{v} = -4 \cdot 1 + m \cdot m = 0$$

Entonces:

$$\mathrm{m}^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad m = \pm 2$$

Ejemplo 2.

Suponiendo que respecto de la base ortonormal $\{\ ,\ \}$ del plano los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen como expresiones:

$$=-2\ +\mathrm{k} \qquad\qquad =5\ -3$$

Calcula el valor de k sabiendo que $\cdot\vec{b} = -6$.

Calculamos su producto escalar considerando las condiciones del problema

$$
\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (-2\vec{u}+k\vec{v})\cdot(5\vec{u}-3\vec{v}) \\
&= -2\cdot 5\vec{u}\cdot\vec{u}+2\cdot 3\cdot\vec{u}\cdot\vec{v}+5\cdot k\cdot\vec{v}\cdot\vec{u}-3\cdot k\vec{v}\cdot\vec{v} \\
&= -10+0+0-3\cdot k \\
&= -10-3\cdot k=-6
\end{aligned}
$$

Entonces:

$$k = -\frac{4}{3}$$

Ejemplo 3.

Suponiendo que respecto de la base ortonormal $\{\ ,\ \}$ del plano los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen como expresiones $=-3\ +k$ $\qquad =-5$

Calcula el valor de k para que los dos vectores sean ortogonales.

$$
\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= 0 \\
(-3\vec{u}+k\vec{v})\cdot(\vec{u}-5\vec{v}) &= 0 \\
-3-5k &= 0
\end{aligned}
$$

Entonces:

$$k=-\frac{3}{5}$$

Observa con atención el siguiente video donde se realiza un ejercicio para analizar un vector ortogonal y ortonormal:

https://www.youtube.com/watch?v=gqOqwRUaK1k

Referencias:

Redacción. (s.f.) Vectores ortogonales y ortonormales. Superprof Material Didáctico Recuperado de: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/vectores/vectores-ortogonales-y-ortonormales.html

Universidadurjc. (2017) Vectores en el plano y en el espacio - Bases ortogonales y ortonormales. YouTube. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=gqOqwRUaK1k