

DIAGRAMAS DE ÁRBOL Y TABLAS DE DOBLE ENTRADA



Observa el siguiente video sobre el **diagrama de árbol** y la tabla de doble entrada:

<https://www.youtube.com/watch?v=6MQcABdju0>

Referencia:

Profe Haidy Medina (2020), Combinaciones - Método del árbol o diagrama de árbol - Tabla de doble entrada. YouTube. Recuperado de:
<https://www.youtube.com/watch?v=6MQcABdju0>

Los **diagramas de árbol** y las **tablas de doble entrada** son herramientas visuales muy útiles en el campo de la probabilidad y la combinatoria. Ambos métodos nos permiten organizar y contar eventos de manera clara y estructurada, facilitando la resolución de problemas relacionados con experimentos compuestos o múltiples etapas.

DIAGRAMAS DE ÁRBOL

Un **diagrama de árbol** es una representación gráfica que se utiliza para modelar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio que se desarrolla en varias etapas. Es especialmente útil cuando un experimento se puede dividir en una serie de eventos sucesivos y cada evento tiene varios resultados posibles. Es decir, indica los resultados de un experimento simple en cada nivel y continuando la línea que proviene de niveles superiores.

Características de un Diagrama de Árbol:

- Cada **nodo** representa una etapa o decisión en el experimento.
- Las **ramas** representan las opciones o resultados posibles en cada etapa.
- El **camino completo** desde la raíz hasta una hoja del árbol corresponde a un conjunto particular de eventos que ocurren en el experimento.

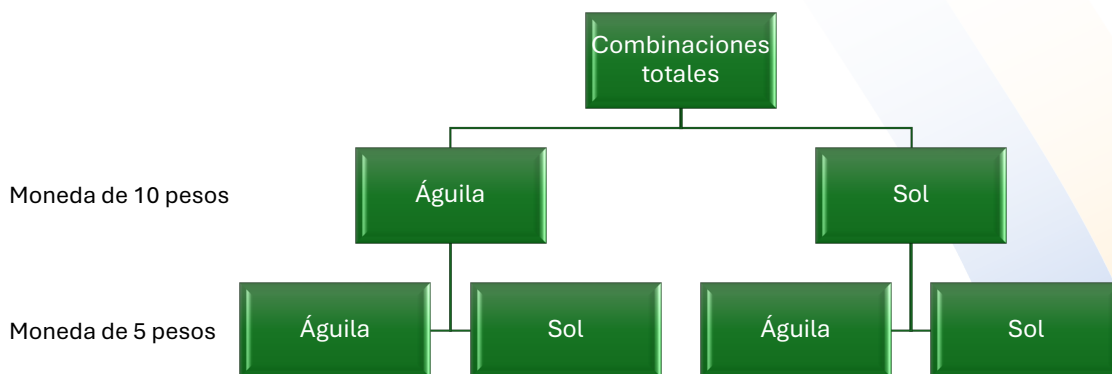
Ejemplo de Diagrama de Árbol:



Se lanzan dos monedas, una de 5 pesos y otra de 10 pesos. Para conocer todos los posibles resultados de este experimento el diagrama de árbol para este caso sería:

- **Primera etapa (lanzar la moneda de 5 pesos):** La moneda tiene dos resultados posibles: cara o cruz.
- **Segunda etapa (lanzar la moneda de 10 pesos):** La moneda tiene 2 posibles resultados: cara o cruz.

El diagrama de árbol se ve así:



¿Cómo se lee un diagrama de árbol?

- El título indica el contenido del diagrama (combinaciones totales).
- En el primer nivel se encuentran los resultados de un experimento de lanzar la moneda de \$10.
- En el segundo nivel se encuentran los resultados del segundo experimento de lanzar la moneda de \$5, unidos a cada evento del primero.
- El espacio muestral del experimento compuesto se obtiene por medio de la lectura ya sea en vertical o en horizontal, al seguir las líneas de procedencia que forman una rama del diagrama de árbol.

En este ejemplo, los posibles resultados son cuatro:

Águila\$10-Águila \$5; Águila \$10-Sol \$5; Sol \$10-Águila \$5 y Sol\$10 -Sol\$5.

Aplicaciones del Diagrama de Árbol:

- **Cálculo de probabilidades en experimentos compuestos:** Nos permite visualizar las diferentes etapas de un experimento aleatorio y contar los posibles resultados.
- **Estudio de procesos secuenciales:** Útil en la toma de decisiones en procesos que involucran varias fases.



Observa el siguiente video sobre la probabilidad y las **tablas de doble entrada**:

https://www.youtube.com/watch?v=r_YUQZUCtcU

Referencia:

Matemáticas técnica 50. (2021) Probabilidad y tablas de doble entrada. YouTube.

Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=r_YUQZUCtcU

TABLAS DE DOBLE ENTRADA

	A: rojas	$\bar{A}$: negras	
B: pares	6	7	13
$\bar{B}$: impares	2	5	7
	8	12	20

Una **tabla de doble entrada** es una herramienta que se utiliza para organizar la información de dos variables relacionadas, facilitando el cálculo de probabilidades o la comparación de distintas combinaciones de eventos. Es particularmente útil cuando se tienen dos categorías de resultados y se desea ver cómo se relacionan entre sí. Es decir, permiten identificar las posibles combinaciones de dos eventos simples.

Estructura de una tabla de doble entrada en probabilidad

Para analizar las probabilidades conjuntas de dos variables aleatorias (A y B) se puede representar una tabla de doble entrada organizada de la siguiente manera:

	B=b ₁	B=b ₂	Total
A=a ₁	P(A=a ₁ , B=b ₁)	P(A=a ₁ , B=b ₂)	P(A=a ₁)
A=a ₂	P(A=a ₂ , B=b ₁)	P(A=a ₂ , B=b ₂)	P(A=a ₂)
Total	P(B=b ₁)	P(B=b ₂)	1

Donde:

- Las **filas** corresponden a los posibles resultados de una variable y representan las posibles realizaciones de la variable A.
- Las **columnas** corresponden a los posibles resultados de otra variable y representan las posibles realizaciones de la variable B.
- Cada celda contiene la **probabilidad conjunta** de que ambos eventos ocurran: P(A=a_i, B=b_j)

- Las **filas totales** representan las **probabilidades marginales** de A, es decir, $P(A=a_1)$.
- Las **columnas totales** representan las **probabilidades marginales** de B, es decir, $P(B=b_1)$.
- Las celdas en la tabla muestran las combinaciones de ambos eventos.

Ejemplo: Imaginemos que lanzamos dos monedas, como en el ejemplo anterior. Para conocer los posibles resultados y ver cómo se distribuyen la tabla de doble entrada se haría así:

		Moneda de \$10	
		Águila \$10	Sol \$10
Moneda de \$5	Águila \$5	Águila\$5-Águila \$10	Águila \$5-Sol \$10
	Sol \$5	Sol \$5-Águila \$10	Sol \$5-Sol \$10

En este caso:

- Las filas representan los resultados posibles de lanzar la moneda de \$5.
- Las columnas representan los posibles resultados de la moneda de \$10.
- Cada celda muestra el resultado combinado de ambos experimentos.

Los posibles resultados son cuatro: (igual a la cantidad de celdas en la tabla):

Águila\$5-Águila \$10; Sol \$5-Aguila\$10; Águila \$5-Sol \$10 y Sol\$5 -Sol\$10.

Aplicaciones de la Tabla de Doble Entrada:

- **Cálculo de probabilidades conjuntas:** Cuando necesitamos calcular la probabilidad de que dos eventos ocurran simultáneamente (como el resultado de un dado y una moneda), una tabla de doble entrada nos permite organizar todas las combinaciones posibles.

- **Análisis de experimentos con múltiples variables:** Es útil cuando tenemos experimentos que involucren más de una variable y necesitamos analizar sus interacciones.

COMPARACIÓN ENTRE DIAGRAMA DE ÁRBOL Y TABLA DE DOBLE ENTRADA

Ambos métodos son útiles para organizar los resultados de experimentos compuestos, pero cada uno tiene sus ventajas:

Característica	Diagrama de Árbol	Tabla de Doble Entrada
Estructura	Representación gráfica con nodos y ramas.	Representación tabular (filas y columnas).
Visibilidad	Buena para mostrar procesos secuenciales.	Buena para mostrar relaciones entre dos variables.
Complejidad	Puede volverse complicado con muchos eventos.	Fácil de usar con pocos resultados, pero se complica con muchos.
Aplicación	Ideal para contar eventos sucesivos o dependientes.	Ideal para contar combinaciones de dos variables.

Podemos concluir que los diagramas de árbol y las tablas de doble entrada son herramientas poderosas para organizar y visualizar los posibles resultados de experimentos compuestos. Los diagramas de árbol son más útiles para experimentos secuenciales, mientras que las tablas de doble entrada son excelentes para manejar situaciones en las que se combinan dos variables.

Aplicaciones de las Técnicas de Conteo:

Las técnicas de conteo tienen aplicaciones en una variedad de campos como la probabilidad, la estadística, la teoría de juegos, la optimización y muchos más. Algunos ejemplos incluyen:

- **Cálculo de probabilidades:** Utilizamos combinaciones y permutaciones para calcular probabilidades en experimentos aleatorios.
- **Optimización de procesos:** En la teoría de grafos y algoritmos, las técnicas de conteo ayudan a determinar las soluciones óptimas a problemas como el de la ruta más corta.
- **Análisis de datos:** En la estadística, las combinaciones y permutaciones son esenciales para el análisis de muestras y la inferencia de poblaciones.

Referencias:

Redacción. (2023) Diagrama de árbol como estrategia para identificar el espacio muestral. Khan Academy.

Recuperado de: <https://es.khanacademy.org/math/4-grado-innovate-schools/x4d4e13c9a2690da8:incertidumbre-y-datos/x4d4e13c9a2690da8:espacio-muestral/a/diagrama-de-arbol-como-estrategia-para-identificar-el-espacio-muestral>

Ross, S. (2009) Introduction to Probability Models. EUA. Academic Press.

Sheldon Ross. (2010) A First Course in Probability. EUA. Pearson.

Freund, J. E. (2013) Mathematical Statistics with Applications. EUA. Pearson.

Bain, L. (1992) Introduction to Probability and Mathematical Statistics. EUA. Duxbury Press.