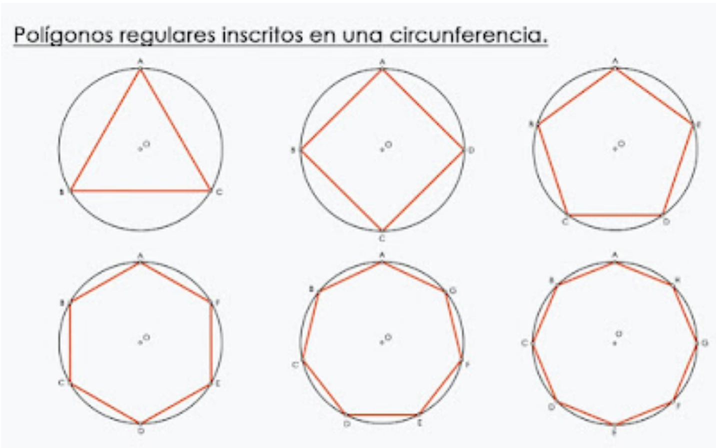
POLÍGONOS REGULARES Y CIRCUNFERENCIA

Los polígonos regulares y la circunferencia son conceptos de la geometría que tienen aplicaciones en diseño, ingeniería, arquitectura y matemáticas avanzadas. Un polígono regular es una figura geométrica plana cuyos lados y ángulos son todos iguales, mientras que la circunferencia es la curva cerrada que contiene todos los puntos equidistantes de un centro. La relación entre ambos conceptos es clave: los polígonos regulares pueden inscribirse o circunscribirse en una circunferencia, lo que facilita cálculos relacionados con áreas, perímetros y ángulos.



Polígonos regulares

1. **Elementos:**
   - Lados: todos tienen la misma longitud.
   - Ángulos internos: todos son iguales y su suma depende del número de lados ($suma = (n-2) \cdot 180°$ donde n es el número de lados).
   - Diagonales: conectan vértices no consecutivos; el número total de diagonales es $\frac{n(n-3)}{2}$.
   - Apotema: segmento perpendicular desde el centro al punto medio de un lado.

2. **Propiedades:**
   - La relación entre el perímetro (P), el apotema (a) y el área (A) está dada por $A = \frac{P \cdot a}{2}$.
   - Todos los vértices están equidistantes del centro.

Circunferencia

1. **Elementos:**
   - Radio (r): distancia del centro a cualquier punto en la circunferencia.
   - Diámetro (d): segmento que pasa por el centro y une dos puntos opuestos ($d = 2r$).
   - Longitud: se calcula como $L = 2\pi r$.
2. **Propiedades:**
   - Todos los polígonos regulares inscritos en una circunferencia tienen el mismo centro y radio que esta.
   - Las circunferencias circunscritas tocan todos los lados del polígono regular en su punto medio.

Solución de problemas prácticos mediante el uso de propiedades, áreas y perímetros de polígonos regulares.

1. **Cálculo de área de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 10 cm:**

   Solución:

   - El apotema (a) se calcula como $a = r\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) = 10\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$.

- El perímetro (P) es $P = 6 \cdot lado = 6 \cdot 2r \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \; = \; 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 30\, cm$.

- Área: $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{30 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = 75\sqrt{3}\, cm^2$.

2. **Perímetro de un cuadrado circunscrito en una circunferencia de radio 5 cm:**

   Solución:

   - Longitud de un lado del cuadrado: $L = \sqrt{2} \cdot d = \sqrt{2} \cdot 10 \approx 14.14cm$.

   - Perímetro: $P = 4 \cdot L \approx 56.56cm$.

3. **Problema práctico de diseño:** Si un ingeniero necesita diseñar una rueda de 12 lados para una máquina, calcula el área de cada "cara" si el radio de la rueda es 20 cm.

   Solución:
   - Apotema: $a = 20\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \approx 19.13\, cm$.

   - Perímetro: $P = 12 \cdot 2\, r \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \approx 12 \cdot 10.36 \approx 124.32\, cm$.

   - Área: $A = \frac{P \cdot a}{2} \approx \frac{124.32 \cdot 19.13}{2} \approx 1189.49\, cm2$.

Referencias:

Larson, R. & Hostetler, R. P. (2014). Precalculus: Real Mathematics, Real People (6.ª ed.). Cengage Learning.

Lay, S. R. & McDonald, J. (2019). Álgebra y trigonometría (4.ª ed.). Pearson.

Serra, M. 2008. Geometría para disfrutar y comprender (2.ª ed.). Houghton Mifflin Harcourt.