TRANSFORMACIONES DE LA ECUACIÓN DE: PENDIENTE-ORDENADA A SU FORMA SIMÉTRICA, A SU FORMA GENERAL Y VICEVERSA

Las ecuaciones de la recta pueden expresarse de diferentes formas, cada una con características particulares que permiten representar y analizar la recta de manera más adecuada según el contexto. A continuación, exploraremos las transformaciones entre tres formas fundamentales de la ecuación de una recta: la forma **pendiente-ordenada al origen**, la **forma simétrica** y la **forma general**.

1. Transformación de la ecuación pendiente-ordenada a la forma simétrica

La **ecuación pendiente-ordenada al origen** tiene la siguiente forma:

$$y = mx + b$$

Donde m es la pendiente de la recta y b es la ordenada al origen, o el valor de y cuando x=0.

Para transformar esta ecuación a la **forma simétrica** de la recta, necesitamos expresar la relación entre las intersecciones de la recta con los ejes x y y. La ecuación simétrica tiene la forma:

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b}$$

Para realizar la transformación de la forma pendiente-ordenada al origen a la forma simétrica, se deben encontrar las intersecciones de la recta con los ejes x y y. Para ello, identificamos que la pendiente m determina el valor de la intersección en el eje x como $x1 = -\frac{b}{m}$, y la intersección en el eje y es $y1 = b$.

Ejemplo de transformación de pendiente-ordenada a simétrica:

Supongamos que tenemos la ecuación de la recta en la forma pendiente-ordenada:

$$y = 2x + 3$$

Para encontrar la intersección en el eje x (cuando $y = 0$):

$$0 = 2x + 3 \implies x = -\frac{3}{2}$$

La intersección con el eje y es $y = 3$. Usamos estas intersecciones para escribir la ecuación simétrica:

$$\frac{x + \frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{y - 3}{3}$$

2. Transformación de la ecuación pendiente-ordenada a la forma general

Para transformar la ecuación pendiente-ordenada $y = mx$ a la **forma general**, simplemente reorganizamos la ecuación para que todos los términos estén a un lado:

$$y - mx - b = 0$$

Esto da como resultado la forma general de la ecuación de la recta:

$$-mx + y - b = 0$$

Ejemplo de transformación de pendiente-ordenada a general:

Para la ecuación $y = 2x + 3$, la transformación a la forma general es:

$$y - 2x - 3 = 0 \implies -2x + y - 3 = 0$$

3. Transformación de la ecuación simétrica a la pendiente-ordenada

Si tenemos la ecuación de la recta en la **forma simétrica**, podemos despejar y para obtener la forma pendiente-ordenada. Consideremos la ecuación simétrica:

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b}$$

Multiplicamos ambos lados por a y b para despejar y:

$$b(x - x1) = a(y - y1)$$

Ahora despejamos y:

$$y = \frac{b}{a}(x - x1) + y1$$

Esta es la ecuación de la recta en la forma pendiente-ordenada al origen.

Ejemplo de transformación de simétrica a pendiente-ordenada:

Si tenemos la ecuación simétrica:

$$\frac{x + \frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{y - 3}{3}$$

Multiplicamos y despejamos y:

$$y = -\frac{3}{2}(x + \frac{3}{2}) + 3$$

Al simplificar, obtenemos la ecuación en forma pendiente-ordenada:

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$

4. Transformación de la ecuación general a la pendiente-ordenada

Para transformar la **ecuación general** $Ax + By + C = 0$ a la **forma pendiente-ordenada**, despejamos y en términos de x:

$$By = -Ax - C$$

Ahora despejamos y:

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

Esto da la ecuación en la forma pendiente-ordenada $y = mx + b$, donde $m = -\frac{A}{B}$ y $b = -\frac{C}{B}$.

Ejemplo de transformación de general a pendiente-ordenada:

Si tenemos la ecuación general:

$$2x - y + 4 = 0$$

Despejamos y:

$$y = 2x + 4$$

Conclusión

Las transformaciones entre las diferentes formas de la ecuación de la recta (pendiente-ordenada, simétrica y general) permiten representar una recta desde distintos enfoques, facilitando su análisis según el contexto del problema. Estas transformaciones son herramientas útiles en álgebra y geometría analítica, ya que permiten interpretar y manipular las ecuaciones de manera flexible para resolver una amplia gama de problemas prácticos.

Referencias:

Blitzer, R. (2018). College Algebra (7th. ed.). Pearson.

Larson, R. & Edwards, B. H. (2018). Precalculus with Limits: A Graphing Approach (7th. ed.). Cengage Learning.

Stewart, J. (2020). Calculus: Concepts and Contexts (4th. ed.). Cengage Learning.

Lial, M. L., Hornsby, J. C., & Schneider, D. I. (2018). Precalculus (11th. ed.). Pearson.