

ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE DE UNA RECTA

La **ecuación punto-pendiente** es una forma de representar una recta que resulta muy útil cuando se tiene información sobre un punto específico de la recta y su pendiente. Esta ecuación permite construir rápidamente la ecuación de la recta cuando se conoce tanto la pendiente como las coordenadas de un punto de la recta.

La ecuación punto-pendiente

La ecuación punto-pendiente tiene la siguiente forma general:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Donde:

- m es la **pendiente** de la recta.
- (x_1, y_1) son las **coordenadas de un punto** cualquiera que pertenezca a la recta.

Esta forma es útil cuando ya se conoce un punto de la recta, y solo se necesita conocer la pendiente para escribir la ecuación. En lugar de tener que despejar b (la ordenada al origen) como en la forma pendiente-ordenada al origen, la ecuación punto-pendiente usa directamente el punto conocido para establecer la relación.

Ejemplo 1: Derivación de la ecuación punto-pendiente

Supongamos que tenemos la pendiente $m=3$ y que la recta pasa por el punto $P(2,5)$.

Usamos la fórmula de la ecuación punto-pendiente:

$$y - 5 = 3(x - 2)$$

Este es el modelo de la recta en la forma punto-pendiente. Para convertirlo a la forma estándar, solo basta expandir y simplificar:

$$y - 5 = 3x - 6 \Rightarrow y = 3x - 1$$

Así, la ecuación de la recta es $y=3x-1$, pero partimos del punto $P(2,5)$ y la pendiente $m=3$.

Ejemplo 2: Aplicación de la ecuación punto-pendiente

Imaginemos que estamos analizando una carretera en construcción. Sabemos que la pendiente de la carretera es de $m=-1/4$ (la carretera desciende gradualmente) y que pasa por el punto $P(4,2)$. Usamos la ecuación punto-pendiente para obtener la ecuación de la recta que modela la carretera:

$$y - 2 = -\frac{1}{4}(x - 4)$$

Expandiendo la ecuación:

$$y - 2 = -\frac{1}{4}x + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + 3$$

La ecuación $y = -\frac{1}{4}x + 3$ describe la carretera en términos de su pendiente y el punto por el que pasa.

Aplicaciones en la vida real

1. **Arquitectura y diseño urbano:** La ecuación punto-pendiente es muy útil en la construcción de rampas, ya que permite calcular el ángulo de inclinación (pendiente) y determinar cómo se ajusta la rampa en función del punto inicial y final.
2. **Economía:** En situaciones donde se necesita encontrar una relación lineal entre dos variables conocidas, como el precio de un producto y la cantidad vendida, la ecuación punto-pendiente puede modelar la relación entre la cantidad vendida y el ingreso obtenido.
3. **Ciencias sociales y estadísticas:** En la investigación social o en estudios de tendencias, cuando se conoce un punto de partida (como una variable inicial) y se tiene una tasa de cambio (pendiente), la ecuación punto-pendiente puede utilizarse para realizar predicciones.

Conclusión

La ecuación punto-pendiente es una herramienta matemática eficaz cuando se tiene un punto específico de la recta y se conoce su pendiente. Esta forma permite construir la ecuación de una recta de manera rápida y directa, facilitando la modelación de relaciones lineales en una amplia gama de disciplinas, desde la ingeniería hasta las ciencias sociales. A través de esta ecuación, es posible entender y predecir cómo una variable cambia con respecto a otra en contextos prácticos y reales.

Referencias:

- Blitzer, R. (2018). College Algebra (7th. ed.). Pearson.
- Larson, R., & Edwards, B. H. (2018). Precalculus with Limits: A Graphing Approach (7th. ed.). Cengage Learning.
- Stewart, J. (2020). Calculus: Concepts and Contexts (4th. ed.). Cengage Learning.
- Lial, M. L., Hornsby, J. C., & Schneider, D. I. (2018). Precalculus (11th. ed.). Pearson.