EJEMPLOS (PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD)

<u>Ejemplo 1</u>

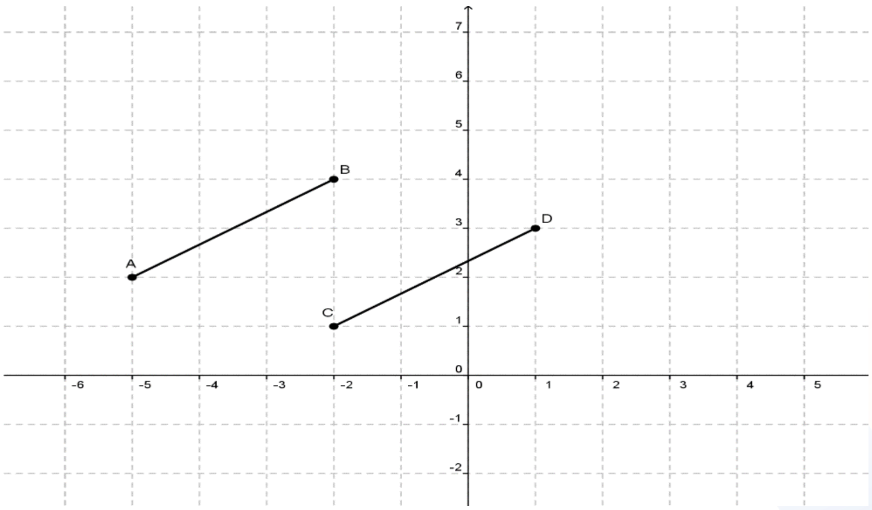
Después de haber comentado en el foro acerca de cómo se distinguen dos rectas que son paralelas entre sí, comprueba que las siguientes parejas de rectas definidas por los puntos, son paralelas.

a) $L_1: A(-5{,}2), B(-2{,}4)$

$L_2: C(-2{,}1), \qquad D(1{,}3)$

SOLUCIÓN

Graficando:



Gráficamente podemos observar que las rectas parece que son paralelas, así que calculemos las pendientes de ambos segmentos.

$A(-5, 2), B(-2, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} \ = \frac{-2 - (-5)}{4 - 2} = \frac{3}{2}$$

$C(-2, 1) \ \ D(1, 3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{CD} \ = \frac{1 - (-2)}{3 - 10} = \frac{3}{2}$$

Comparando las pendientes vemos que son iguales.

Veamos otro ejemplo para concluir.

<u>Ejemplo 2</u>

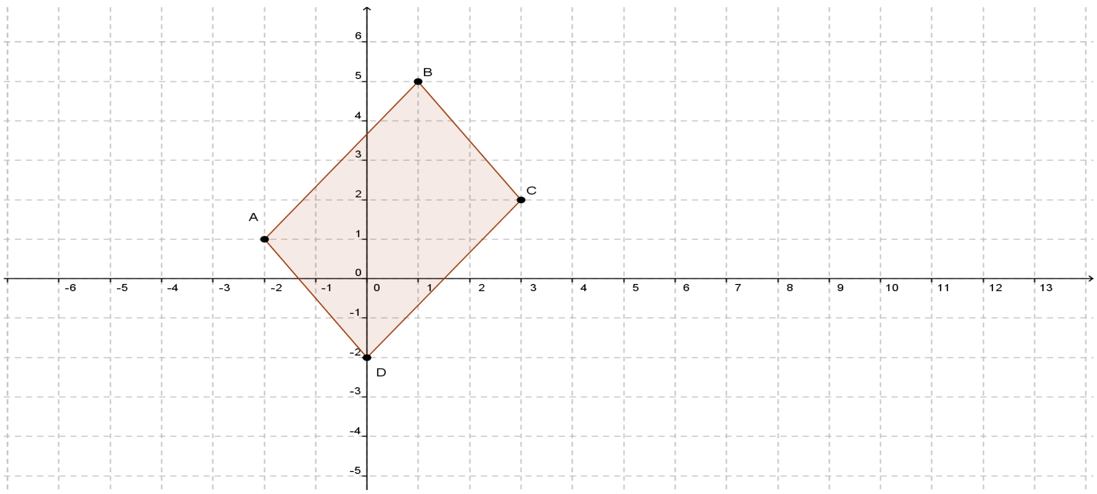
Un terreno de Pedro tiene forma de paralelogramo y está formado por los puntos:

$A\ (-2, 1)\ , B(1{,}5)\ , C(3{,}2)\ y\ D(0{,}2).$

Usando el concepto de pendiente demuestra que efectivamente es un paralelogramo.

SOLUCIÓN

Para hacer esta demostración debe cumplir con la condición que lados opuestos son paralelos. Calculemos las pendientes de cada lado y las comparamos.



$A(-2,1), B(1,5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{5-1}{1-(-2)} = \frac{4}{3}$$

$B(1,5), C(3,2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{2-5}{3-1} = \frac{-3}{2}$$

$C(3,2), D(0,-2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{CD} = \frac{-2-2}{0-3} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$D(0,-2), A(-2,1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{DA} = \frac{1-(-2)}{-2-0} = \frac{3}{-2}$$

Ahora comparemos las pendientes de los lados opuestos:

El lado AB es opuesto al lado CD: $m_{AB} = \frac{4}{3}$, $m_{CD} = \frac{4}{3}$

El lado BC es opuesto al lado AD: $m_{BC} = \frac{-3}{2}$, $m_{DA} = \frac{3}{-2}$

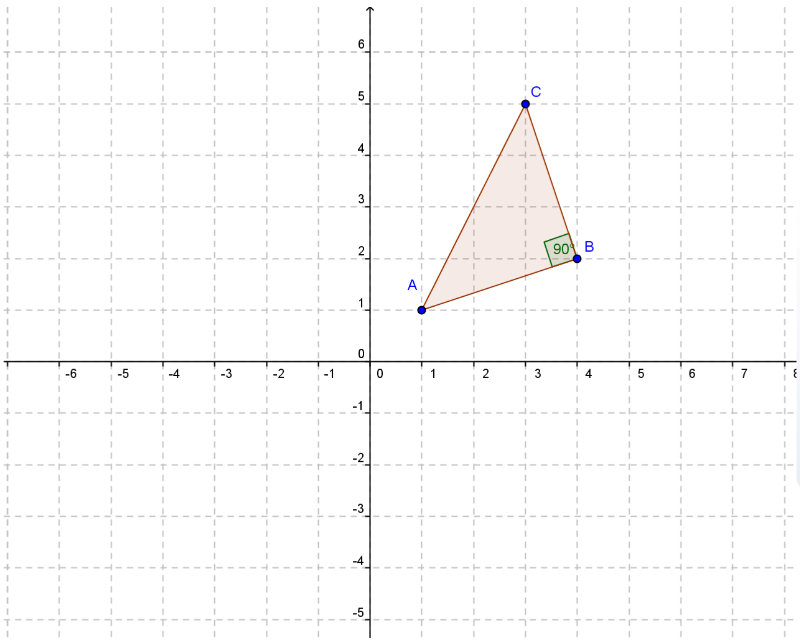
Con estas comparaciones vemos que las pendientes de lados opuestos son iguales, por lo que concluimos que se trata de un paralelogramo la figura $ABCD$ formada.

Ejemplo 3

Diana tiene un espejo triangular, si lo acomodamos en un sistema de coordenadas cartesianas, quedaría ubicado de la siguiente manera: $A\ (1,1), B(4,2)\ y\ C(3,5)$

Mide los ángulos interiores del espejo y se da cuenta de que el ángulo B mide $90°$, por lo tanto es un triángulo rectángulo. Usa el concepto de pendiente para concluir cómo son las pendientes de los lados que forman el ángulo de $90°$.

SOLUCIÓN



Los lados que forman el ángulo de $90°$ son el AB y el CB, por lo que procedemos a calcular sus respectivas pendientes para posteriormente compararlas y concluir.

$A(1,1), B(4,2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{2-1}{4-1} = \frac{1}{3}$$

$B(4,2), C(3,5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{5-2}{3-4} = \frac{3}{-1}$$

Al comparar ambas pendientes observamos que son recíprocas y de signo contrario; es decir: $(m_{AB})(m_{BC}) = -1$

$$\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{-1}\right) = -1$$

Por lo que podemos concluir que para que dos rectas o segmentos sean perpendiculares deben tener sus pendientes reciprocas y de signo contrario.

Referencias:

Geometría Analítica (s.f.). Condiciones de paralelismo y perpendicularidad en rectas. Recuperado de: https://matematix.org/condiciones-de-paralelismo-y-perpendicularidad/

Universidad Autónoma Metropolitana. (s.f.). El concepto natural del paralelismo y la perpendicularidad. Recuperado de: http://campusvirtual.cua.uam.mx/pdfs/paea/18o/tm/tema7_cont_b.pdf

Universidad Nacional de Colombia (2020). La enseñanza del concepto de paralelismo y perpendicularidad mediante la implementación de un proyecto de aula. Recuperado de: https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/78753/42692623.2020.pdf?sequence=