

DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA

Definición

Dividir un segmento en una razón dada significa encontrar un punto en el segmento que lo divide en dos partes proporcionales a una razón específica (m:n). Este concepto es útil en diversas aplicaciones prácticas, como la construcción y el diseño.

Fórmula para la División de un Segmento

Para encontrar el punto $(P(x, y))$ que divide el segmento con extremos en $((x_1, y_1))$ y $((x_2, y_2))$ en la razón (m:n), se utiliza la siguiente fórmula:

$$P = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

Derivación de la Fórmula

1. **Coordenada (x) del punto de división:** Se calcula ponderando las coordenadas (x) de los extremos del segmento según la razón (m:n):

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

2. **Coordenada (y) del punto de división:** Se calcula ponderando las coordenadas (y) de los extremos del segmento según la misma razón:

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

3. **Punto de división:** Combinando ambas coordenadas, obtenemos el punto (P):

$$P = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

Ejemplo Práctico

Supongamos que queremos dividir el segmento con extremos en los puntos (A(2, 3)) y (B(8, 7)) en la razón 2:3:

1. **Identificamos las coordenadas:** ($x_1 = 2$), ($y_1 = 3$), ($x_2 = 8$), ($y_2 = 7$), ($m = 2$), ($n = 3$).

2. **Aplicamos la fórmula para la coordenada (x):**

$$x = \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot 2}{2 + 3} = \frac{16 + 6}{5} = \frac{22}{5} = 4.4$$

3. **Aplicamos la fórmula para la coordenada (y):**

$$y = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 3}{2 + 3} = \frac{14 + 9}{5} = \frac{23}{5} = 4.6$$

4. **Coordenadas del punto de división: P=(4.4,4.6)**

El punto (P(4.4, 4.6)) divide el segmento (AB) en la razón 2:3.

Aplicaciones Prácticas

- **Arquitectura y construcción:** Dividir segmentos en proporciones específicas para diseño y planificación de estructuras.
- **Diseño gráfico:** Crear divisiones proporcionales en diseños y distribuciones.
- **Navegación y geografía:** Determinar puntos intermedios en rutas y trayectorias.

Importancia Educativa

Comprender cómo dividir un segmento en una razón dada es fundamental para los estudiantes, ya que este concepto se aplica en muchos problemas de geometría y en situaciones del mundo real. Además, refuerza la comprensión de la relación entre el álgebra y la geometría, facilitando una comprensión más profunda de ambas disciplinas.

Referencias:

- Beskin, N. M. (1975). Dividing a segment in a given ratio. Mir Publishers.
- Katz, V. J. (2009). A history of mathematics: An introduction (3rd. ed.). Addison-Wesley.
- Stewart, J. (2015). Calculus: Early transcendentals (8th. ed.). Cengage Learning.